Kurzer
und
faßlicher Unterricht
in der
Rechenkunſt, Geometrie, praktiſchen Mechanik und Statik, und bürgerlichen Baukunſt
für
Bürger- und Sonntags-Schulen,
und zunächſt
für die großherzogliche Geometrie- und Zeichenſchule.

K. KREISBIBLIOTHEK REGENSBURG

Von
Johann Schön,
der Philoſophie Doktor, öffentl. und ordentl. Profeſſor der Mathematik, dirigirendem Mitgliede des Ausſchuſſes des genannten Bildungsinſtitutes und ordentl. Mitgliede der Geſellſchaft zur Vervollkommnung der Künſte und Handwerke.

Würzburg,
in Commiſſion bey Joſeph Stahel.
1812.

Dem

Hochwohlgebornen Herrn

Philipp Freyherrn von Stauffenberg,

großherzoglichen Geheimenrathe, Curator der großherzogl. Univerſität zu Würzburg, Direktor der großherzogl. Schulkommiſſion und erſten Vorſtande der allergnädigſt beſtättigten Geſellſchaft zur Vervollkommnung der Künſte und Handwerke:

Dem

Hochwohlgebornen Herrn

Friedrich Freyherrn von Guttenberg,

Vorſtande der großherzoglichen Geometrie- und Zeichenſchule,

ehrfurchtsvoll gewidmet

vom Verfaſſer.

Vorrede.

Von Seiner Kaiſerlichen Königlichen Hoheit unſerem Allerdurchlauchtigſten Erzherzoge Großherzoge auf den Vorſchlag des eben ſo edel denkenden, als patriotiſch fühlenden Freyherrn von Hutten vor drey Jahren zum dirigirenden Mitgliede des Ausſchuſſes des auf dem Titel genannten vaterländiſchen Bildungsinſtitutes für angehende Künſtler und Handwerker allergnädigſt beſtimmt, übernahm ich im vorigen

Jahre unter allerhöchſter Genehmigung auch die Direktion der mit jener Anſtalt verbundenen Rechen- und Mechanikſchule.

Das allerhöchſte Zutrauen, die Wichtigkeit dieſer vaterländiſchen Anſtalt, welche ſich nicht nur des Schutzes, ſondern auch der huldreichſten Unterſtützung unſeres allerdurchlauchtigſten Souverains zu erfreuen hat, das Intereſſe, welches ein großer Theil unſerer verehrungswürdigſten Staatsbeamten jeden Ranges und unſerer geſchätzteſten Bürger an dem Gedeihen dieſer Anſtalt nimmt, ſo wie auch mein eigenes Beſtreben, meinem Vaterlande nach Kraft nützlich zu werden, — dieſes alles war einzig Sporn für mich, den mir vertrauten Poſten nach Pflicht und Gewiſſen zu verſehen.

Meine ernſtliche Sorge gieng dahin,

nicht nur einen zweckmäßigen, kurzen und deutlichen, ſondern auch einen ſo gewählten Unterricht im Rechnen, in der Geometrie und Mechanik unſeren Schülern ertheilen zu laſſen, daß die Unterweiſung im Niederen und Leichteren als nützlichſte ſtufenweiſe Vorbereitung zum Schwereren und Höheren dienen ſollte und könnte.

Es war demnach zu beſtimmen, wie und wieviel gelehrt werden ſollte, um jenen Zweck ſicher zu erreichen.

Um die Schwierigkeiten der Auflöſung dieſer Aufgabe richtig zu beurtheilen, muß man bedenken, daß unſere angehenden Schüler, der Mehrzahl nach Handwerkslehrlinge, in der Regel mit einem oft großen Grade von Rohheit und Unkultur in unſere Anſtalt tre-

ten; bedenken, daß nur an Sonn- und Feyertagen Unterrichtsſtunden ſeyn können, und daß ferner die ganze einer einzelnen Unterrichtsſparte zu widmende Lehrzeit durch die Menge und Wichtigkeit der anderen Unterrichtsſparten nothwendig beſchränkt werde; — bedenken, daß bey der offenbar größten Wohlthätigkeit dieſer ſchönen Bildungsanſtalt ſich denn doch noch hie und da der Schlendrian mit ſeiner bekannten Sprache „auch wir lernten dieß nicht" die natürliche Trägheit ſo mancher Schüler unterſtütze.

Nach reifer Ueberlegung und Würdigung aller dieſer Umſtände entwarf ich den Plan zur Löſung jener Aufgabe; ich inſtruirte die Lehrer der meiner Leitung anvertrauten Unterrichtsſparten, wieviel — und in welcher Aufeinanderfolge die Gegenſtände gelehrt

werden ſollten. Mit der Art des zweckmäßigſten Vortrages ſuchte ich ſie beſonders dadurch bekannt zu machen, daß ich beynahe immer den Lehrſtunden nicht als müßiger Zuſchauer oder Zuhörer beywohnte, vielmehr manche Stunde in Gegenwart der Lehrer ſelbſt unterrichtete, die Schüler prüfte, und denſelben öfters, wo ich es für nöthig fand, den Hauptinhalt der vorgetragenen Materien zum Nachleſen in die Feder diktirte.

Allein bey aller angewandten Mühe, bey aller Ermunterung von Seite unſeres würdigſten Schulvorſtandes und bey aller Hülfeleiſtung der großherzoglichen Polizeydirektion fühlte ich doch bald die Unmöglichkeit, ſo ganz, wie wir es alle wünſchten, zum Ziele zu kommen, bevor wir nicht ein dem Zwecke unſerer Anſtalt entſprechendes Lehrbuch beſä-

ßen. Dazu kam, daß der Ausſchuß der Schu-le wünſchte, daß auch den Zöglingen der Ar-chitekturſchule nebſt dem Unterrichte im Zeich-nen kurze Zwiſchenvorträge über das Gemein-nützigſte aus der bürgerlichen Baukunſt ge-halten würden.

Mit Wohlgefallen wurde daher mein Anerbieten angenommen, die mir von meinen Berufsarbeiten übrigbleibenden Muſeſtunden zur Ausarbeitung eines ſolchen Lehrbuches lediglich zum Beſten unſeres Inſtitutes zu ver-wenden.

So leicht indeſſen auch dieſe Arbeit ſchei-nen mag; ſo ſchwer iſt ſie, wenn ſie durchaus zweckmäßig ſeyn, und dabey alles Zuviel und Zuwenig vermieden werden ſoll. Das Buch ſoll Leitfaden den Lehrern, den Zöglingen

Handbuch ſeyn, das ſie mit Leichtigkeit vor- und nachleſen können; es ſoll den unſere Anſtalt verlaſſenden Schülern gleichſam als Noth- und Hilfsbuch, oder als Vade-mecum dienen, wodurch ſie ihrem Gedächtniſſe nachhelfen, und worin ſie ſich bey jedem vorkommenden Falle wieder erſehen können.

Nach Verlauf von anderthalb Jahren lege ich dieſes Buch, beſtimmt, die Bildung einer niederen, unſerer ganzen Aufmerkſamkeit würdigen, Klaſſe von Menſchen befördern zu helfen, als kleines Opfer auf dem Altare meines Vaterlandes nieder. Ich bin mir bewußt, alle mögliche Sorgfalt darauf verwendet zu haben. Mein Wunſch iſt, daß daſſelbe auch außerhalb dem engeren Kreiſe unſerer Schulanſtalt nützen möge. Die Rea-

liſirung dieſes Wunſches wird mir ſtets die ſüßeſte Belohnung dieſer Arbeit bleiben.

Nie werde ich dieſes Buch aus dem Auge verlieren. Ich erſuche daher jeden Sachverſtändigen, welchem es Vergnügen macht, ſich den eigentlichen Zweck einer ſolchen Schrift, wie die vorliegende iſt, und die Mittel, ihn zu erreichen, deutlich vorzuſtellen, und zur Veredelung des Menſchengeſchlechtes kräftig beyzutragen, — dieſe Schrift ſtrenge zu prüfen, und mir ſeine abweichenden Anſichten und Wünſche öffentlich oder privat mitzutheilen. Jedes mir dargebotene Beſſere werde ich mit Freude ergreifen und möglichſt benützen.

Noch zolle ich hiemit den drey Baumeiſtern, deren Beſcheidenheit mir das

Verbot der Nennung ihrer Namen auflegte, öffentlich meinen Dank für die große Bereitwilligkeit, mit welcher ſie mir über alle Gegenſtände der bürgerlichen Baukunſt erbetenen Aufſchluß gaben.

Würzburg den 15. December
1812.

Der Verfaſſer.

Verbeſſerungen.

Im I. Bändchen Seite 55. Zeile 19 leſe man nach 344 „wie auch den erhaltenen Quotienten“.

— — — S. 63. Z. 5. ſtatt 32578 l. 35854.

Im IV. Bändchen S. 12. Z. 23. l. „Zerſplitterns“.

— — — S. 18. Z. 9. von unten ſtatt Balken l. „Balkenköpfe.

Die gemeine Rechenkunſt

für

Bürger- und Sonntags-Schulen,

als

Erſtes Bändchen

des

für die großherzogliche Geometrie- und Zeichenſchule zunächſt beſtimmten Lehrbuches.

Von

Johann Schön,

der Philoſophie Doktor, öffentl. und ordentl. Profeſſor der Mathematik, dirigirendem Mitgliede des Ausſchuſſes des genannten Bildungsinſtitutes und Ehrenmitgliede der Geſellſchaft zur Vervollkommnung der Künſte und Handwerke.

Würzburg,

gedruckt bey Carl Philipp Bonitas

1812.

Inhalt.

(Die Nummern zeigen die Paragraphen des Buches an.)

Kenntniß unſeres Zahlenſyſtems 1 — 8. — und der verſchiedenen Zahlen 8 — 14. —
Begriff des Rechnens 14. — Rechnungsarten und was Probe iſt 15.
Begriff der Addition 16. — Regeln über dieſelbe 17. — Probe 18.
Begriff der Subtraktion 19. — Regeln über dieſelbe 20. — Probe 21.
Begriff der Multiplikation 22. — Das Einmal-Eins ebendaſ. — Regeln über die Multiplik. 23. — Probe 24
Begriff der Diviſion 25. — Regeln über dieſelbe 26. — Drey Erleichterungsmittel des Dividirens ebend. — Probe 27.

Gemeine Brüche abzukürzen; in zehntheilige zu verwandeln und gemiſchte Zahlen auf Brüche zu bringen 28.
Brüche zu addiren und abzuziehen 29.
Brüche zu multipliziren 30. — zu dividiren 31.
Regeln über Addition und Subtraktion zehntheiliger Brüche 32.
Regeln über Multiplikation 33. und Diviſion derſelben Brüche 34.

Begriff von Potenz und Wurzel; Quadrat und Würfel; vom Erheben zur Potenz und der Wurzelausziehung 35.
Zum Quadrat zu erheben 36. und die Quadratwurzel auszuziehen 37. — Die Cubikwurzel auszuziehen 38.

Kenntniß und Eintheilung 1) des bey uns üblichen Längenmaßes und der hier einſchlagenden Rechnungsarten 39. 40. — 2) eben ſo rückſichtlich des Flächenmaßes 41.; — eben ſo rückſichtlich des Körpermaßes 42.
Die Eintheilung einiger anderen Maße ebendaſ.

Begriff der goldenen Regel, oder Regel de Tri 43.
Erklärung und Anwendung der einfachen direkten und umgekehrten goldenen Regel 44. 45.
Die Reeſiſche Regel 46. — Die Geſellſchaftsregel 47. — Die Repartitionsregel 48. — Die Durchſchnittsregel 49. — Die Alligationsregel 50. — Die Kettenregel 51.

Der gemeinen Rechenkunſt

Erſter Abſchnitt.

Vom Numeriren.

§. 1. Numeriren heißt eine jede gedachte, oder vorgeſagte Zahl richtig anſchreiben, und eine angeſchriebene Zahl richtig leſen, oder ausſprechen. Zum leichten Erlernen dieſer vor Allem nöthigen Numeration führt die genaue Kenntniß unſeres üblichen Zahlenſyſtems, welches wir daher zuerſt erklären

§. 2. Unſere einfachen Zahlen mit ihren Zeichen oder Ziffern ſind folgende: Eins, 1; Zwey, 2; Drey, 3; Vier, 4; Fünf, 5; Sechs, 6; Sieben, 7; Acht, 8; Neun, 9; Null, 0.

Die Ziffern von 1 bis 9 heißen Zahlziffern, oder bedeutende Ziffern, weil ſie entweder die Einheit, oder eine beſtimmte Menge von Einheiten ausdrücken; — das Zeichen 0 aber bezeichnet den

Mangel aller Einheit und Vielheit; ſie heißt daher unbedeutende Ziffer, und iſt hier lediglich da, um eine Stelle für eine geltende, oder bedeutende Ziffer auszumachen, wie ſogleich erklärt werden ſoll.

§. 3. Durch die Zuſammenſetzung jener Ziffern für die einfache Zahlen vermögen wir eine jede größere Menge von Einheiten, oder Dingen derſelben Art zu bezeichnen und auszudrücken. Wenn ich 1 und 0 ſo zu 10 zuſammenſetze, daß nämlich 1 um eine Stelle weiter zur Linken hin geſchoben wird; ſo erhält die Ziffer 1 einen zehnmal höheren Werth, als vorher, wo ſie ohne 0 allein ſtand, und heißt nun nicht mehr Eins, oder Einer ſondern ein Zehner. Das Zeichen 10 drückt alſo nun die Zahl Zehn, oder zehn Einheiten von derſelben Art aus, von welcher vorher die Ziffer 1 nur eine einzige bezeichnet hatte.

Man nennt deßwegen auch die Zahl Zehn nur die Einheit der erſten Ordnung.

Wenn man auf dieſelbe Weiſe die anderen Ziffern 2, 3, 4, ... mit 0 zu 20, 30, 40 . . . . zuſammen ſetzt; ſo erhält man die richtigen Zeichen für zwey, oder drey, oder vier . . . Zehner, oder für die Zahlen, Zwanzig, Dreyſig, Vierzig . . . . Es haben alſo auch dieſe Ziffern 2, 3, 4 . . . einen zehnmal höheren Werth, als vorher, wo ſie für ſich allein ſtanden, dadurch erhalten, daß man ſie durch die beygefügte Null um eine Stelle zur Linken hin rückte.

So werden denn durch jede geltende oder bedeutende Ziffer, ſobald ſie an der zweyten Stelle

zur Linken ſteht, überhaupt Zehner, und durch jede geltende Ziffer, welche an der erſten Stelle zur Rechten ſteht, lauter Einer, oder einfache Einheiten bezeichnet; ferner heißt dieſer Werth, welchen irgend eine Ziffer von ihrer Stelle, wo ſie für ſich, oder mit anderen Ziffern ſteht, erhält, der Generalwerth der Ziffer; ihr beſonderer Werth iſt durch ſie ſelbſt ausgedrückt. So hat z. B. die Ziffer 5 in 50 den Generalwerth der Zehner, aber den beſonderen Werth von fünf Zehnern; oder 50 bezeichnet die Zahl Fünfzig.

Will man nun 1) nebſt der Einheit der erſten Ordnung auch noch einfache Einheiten, z. B. die Zahlen Zehn und Eins, Zehn und Zwey, oder, wie wir ſprechen, die Zahlen Eilf, Zwölf..., — oder will man 2) mehrere Einheiten der erſten Ordnung mit mehreren einfachen Einheiten, z. B. die Zahl Zwanzig und Drey, oder Drey und Zwanzig zugleich ausdrücken; ſo bewerkſtelligt man dieß durch die Zuſammenſetzung der den ausgeſprochenen Zahlen entſprechenden Ziffern, indem man im erſten Falle ſtatt 10 ſetzt 11 oder 12; und im zweyten Falle ſtatt 20 ſetzt 23. Eben ſo drükt man 9 Einheiten der erſten Ordnung und 9 einfache Einheiten richtig durch 99 aus.

§. 4. Wir haben geſehen, wie man den zehnmal höheren Werth einer einfachen Zahl richtig bezeichnen könne. Geſetzt nun, man will eben dieſen Werth noch zehnmal erhöhet denken, oder die einfache Einheit unter dem Werthe von Zehn mal Zehn ausſprechen; ſo ſpricht man kurz Hundert,

und bezeichnet dieſes dadurch, daß man die Ziffer 1 an die dritte Stelle zur Linken hinbringt, indem man ihr zwey Nullen anhängt; alſo ſchreibt 100. Hundert iſt dann die Einheit der zweyten Ordnung. Soll eine größere Menge dieſer Einheiten bezeichnet werden; ſo ſetzt man nur ſtatt 1 die jene beſtimmte Menge von Einheiten bezeichnende Ziffer, aber die zwey Nullen bleiben; ſo bezeichnet 200, 300 . . . die Zahlen Zwey Hundert, Drey Hundert . . .

So iſt denn der dritte Platz zur Linken die Stelle der Hunderter. Denkt man ſich daher die Einheit der dritten und zweyten Ordnung mit der einfachen Einheit, oder die Zahl Ein Hundert, Zehn und Eins, d. i. Ein Hundert und Eilf; ſo bezeichnet man dieſe Zahl richtig durch 111; auf dieſelbe Art verfährt man, wenn man eine größere Menge von jeder jener Einheiten ausdrücken ſoll, z. B. Drey Hundert, Vierzig und Fünf oder Fünf und Vierzig, wo man ſchreibt 345. In 999 bezeichnet die erſte Ziffer zur Rechten neun Einer, die mittlere neun Zehner, die dritte zur Linken neun Hunderter; das Ganze bezeichnet alſo die Zahl Neun Hundert, Neunzig und Neun (oder Neun und Neunzig)

§. 5. Wenn man nun die Einheit der zweyten Ordnung in die Einheit der dritten Ordnung, d. i. in die Einheit von noch zehnmal höherem Werthe als Hundert verwandeln will; ſo ſpricht man ſtatt Zehnmal Hundert, kurz Tauſend, und bezeichnet dieſes dadurch, daß man der Ziffer 1 drey Nullen zur Rechten anſetzt, oder jene Ziffer an den vier-

ten Platz zur Linken hinſchiebt, alſo ſchreibt 1000. Gerade ſo wird auch, wenn man den vorhin geſchriebenen Ziffern 111, 999 noch eine Null anſetzt, indem man ſchreibt 1110, oder 9990, nun der Generalwerth jeder Ziffer zehnmal erhöhet. Denn nun werden durch die letzte Ziffer zur Rechten nicht Einer, ſondern Zehner; durch die zweyte zur Linken nicht Zehner, ſondern Hunderter, und durch die letzte zur Linken nicht Hunderter, wie vorher, ſondern Tauſender ausgedrückt.

§. 6. Ueberhaupt hat man ſich alſo bey dieſem Zahlenſyſtem zu merken, daß der Generalwerth einer jeden Ziffer zehnmal größer wird, ſo wie die Ziffer um eine Stelle weiter gegen die Linke hinrückt. Wenn daher Einheiten von höheren Ordnungen ausgedrückt werden ſollen; ſo zeigt folgendes Schema, wie dieſes geſchehen könne:

Zehn; Hundert; Tauſend; Zehntau-
10 100 1000 10000
ſend; Zehnmal Zehntauſend, oder Hun-
100000
derttauſend; Zehnmal Hunderttauſend, oder Tauſendmaltauſend, oder Million.
1000000

Million iſt denn die Einheit der ſechſten Ordnung. Wenn man in Anſehung von Million dieſelben 6 Stufen, von Zehn an, aufwärts ſteigt, indem man z. B. ſpricht Zehn Million, Hundert Million u. ſ. w. bis Tauſendmal-Tauſend Million, oder Millionmal Million; ſo hat man die Einheit der zwölften Ordnung, die man Billion

nennt, ausgeſprochen. Die Zahl wird durch 1 mit zwölf angehängten Nullen ausgedrückt; oder an der 7ten Stelle gegen die Linke ſtehen die Millioner, und an der 13ten Stelle ſtehen die Billioner.

Durchläuft man wieder dieſe 12 Stufen von zehn Billion; ſo findet man ſich auf die Einheit der 24ten Ordnung, oder auf Trillion gebracht, die man durch 1 mit 24 angehängten Nullen bezeichnet.

Es iſt erſichtlich, daß nebſt den Zahlen: Zehn und Hundert auch die Zahlen: Tauſend, Million, Billion ꝛc., als Haupteinheiten einer gewiſſen Ordnung, die Grundzahlen in dieſer Stufenfolge der Zahlen mit der einfachen Einheit ausmachen. Denn alle Zahlen zwiſchen Tauſend und Million ſind entweder nur das Zehnfache oder das Hundertfache von Tauſend. Denke ich mir die Zahl Fünfzigtauſend; ſo darf ich, um dieſe Zahl richtig anzuſchreiben, nur ſorgen, daß die Ziffer 5 in Beziehung auf Tauſend die Stelle der Zehner erhalte. Nun ſind zur Bezeichnung von Tauſend 4 Stellen nöthig, die ich mit 0000 bemerke; dieſe 4 ſo bezeichneten Stellen daher als eine betrachtet, braucht man ihr nur noch die Ziffer 5 vorzuſchreiben; ſo bezeichnet nun 5-0000 richtig Fünf Zehner von Tauſend, oder jene gedachte Zahl Fünfzigtauſend. Daſſelbe iſts, wenn ich z. B. Sechs- und-Achtzig-tauſend oder Achtzigtauſend und Sechstauſend anſchreiben ſollte; ich würde 6000 als eine Stelle betrachten, und nur die Ziffer 8 vorſetzen; ſo würde 8-6000, oder 86000 nun rich-

tig Acht Zehner von Tauſend ſammt Sechstauſend, oder die verlangte Zahl bezeichnen.

Will ich das Hundertfache von Tauſend aus: drücken, z. B. Drey=Hunderttauſend; ſo betrachte ich wieder die 4 zur Bezeichnung von Tauſend nöthi- ge Stellen, oder 0000 als eine einzige Stelle, und ſorge, daß die Ziffer 3 an die 3te Stelle zur Lin- ken hinkomme; ſetze daher 30-0000, oder 300000 wo denn die Ziffer richtig Hunderter von Tauſend, alſo alle Ziffern zuſammen die verlangte Zahl dreymal=hundert=tauſend ausdrücken. Hätte zu- gleich eine beſtimmte Menge von Tauſend z. B. 6 Tauſend ausgedrückt werden ſollen; ſo hätte man 30-6000, oder 306000 geſchrieben; um zugleich eine beſtimmte Menge Zehner von Tauſend zu bezeichnen, z. B. zwey Zehner von Tauſend; ſo hätte man ge- ſchrieben 326000.

Auf dieſelbe Weiſe verfährt man mit der Be- zeichnung der Zahlen zwiſchen Million und Billion.

§. 7. Wer eine geſprochene oder gedachte Zahl richtig bezeichnen kann, wird auch eine geſchriebene oder bezeichnete Zahl richtig leſen, oder ausſpre- chen können; man darf nur auf den Generalwerth und zugleich auf den beſonderen Werth einer jeden Ziffer merken. Es ſey z. B. die Zahl 53406 zu leſen; man weiß, daß die erſte Ziffer 5 zur Linken Fünf Zehner von Tauſend; die folgende Ziffer 3 dreytauſend, 4 vier Zehner von Hundert; 0 keine Zehner von der einfachen Einheit, und 6 ſechs Einer bezeichne. Man wird alſo leſen: Fünfzig- dreytauſend=vier=Hundert und ſechs.

Hier iſt nun zu merken, daß, weil wir gewöhnlich nicht ſprechen Zwanzig und Sechs, oder Fünfzig- und- drey; ſondern Sechs- und- Zwanzig, und Drey- und Fünfzig beſtändig die bedeutende Ziffer der Einer und der Tauſender, eben ſo der Millioner mit der bedeutenden Ziffer der Zehner der Einheit jeder Ordnung auf eine ſolche Art zuſammengenommen und geſprochen wird, als wären gar keine bedeutenden Ziffern der Einer, der Tauſender oder Millioner vorhanden. Ungeachtet nämlich die Ziffer 3 in unſerem vorigen Beyſpiele Dreytauſend bezeichnet; ſo ſprechen wir doch drey- und-Fünfzig-tauſend, gerade ſo, als gehörte die Ziffer 3 vor der Ziffer 5, oder unmittelbar zu 5. Tauſend aber wird nur gleichſam nebenher noch mit geſprochen.

Für dieſe Art, die Zahlen zu ſprechen und zu leſen, halte man, um nie zu fehlen, dieſe Vorſchrift ein:

1) Man theile die Ziffern einer geſchriebenen Zahl von der Rechten zur Linken ſo in Klaſſen, daß man, ſo weit die Ziffern zulangen, zu jeder Klaſſe 3 Ziffern nehme. 2) Die 4te Ziffer bezeichne man mit einem Striche; die 7te mit einem Punkte, die 10te wieder mit einem Striche, ſo, daß Striche und Punkte miteinander abwechſeln, aber auf die 13te Ziffer 2 Punkte zu ſtehen kommen, z. B. die geſchriebene Zahl 3406906 theile ich ſo 3·,406',906; die Zahl 79460097036 auf dieſe Art; 79',460·,097',036; — 3) Eine jede dieſer Klaſſen Ziffern wird dann ſo geleſen, als ſtünde ſie für ſich, aber dann wird jedesmal noch der Generalwerth mit dazu ausgeſprochen; nämlich der Punkt auf der letzten Ziffer der Klaſſe

zeigt, daß ich noch Million, — der Strich, daß ich noch Tauſend dazu ſprechen müſſe. Ich werde alſo unſere letzte Zahl ſo leſen: Neun und-Siebzig-Tauſend-Vier-Hundert-ſechzig — Million — Sieben und Neunzig — Tauſend — und Sechs und dreyſig.

§. 8. Wir haben geſehen, wie man irgend eine Zahl, deren Generalwerth man um das Zehn- oder Hundertfache u. ſ. w. erhöhen will, dadurch richtig bezeichnet, daß man der die Zahl ausdrückenden Ziffer eine oder überhaupt mehrere Nullen zur Rechten anhängt, wodurch die Ziffer um eine, oder mehrere Stellen zur Linken hingeſchoben wird.

Wir wollen nun auch zeigen, wie man Zahlen, deren Generalwerth man um das Zehn- oder Hundertfache ... vermindert denkt, durch eine richtige Stellung der die Zahlen ausdrückenden Ziffern bezeichnen könne.

Gleichwie das Vermindern um das Zehnfache... das Umgekehrte iſt von dem Erhöhen einer Zahl um das Zehnfache...; ſo hat man zur Bezeichnung jener Verminderung auch die umgekehrte Verfahrungsart der Bezeichnung rückſichtlich der Erhöhung gewählt. Man ſchiebt nämlich die Ziffer, welche die um das Zehnfache zu vermindernde Zahl ausdrückt, durch Vorſetzung einer Null, nach welcher man einen Strich ſetzt, um eine Stelle zur Rechten hin; ſoll die Zahl um das Hundertfache vermindert werden, ſo ſetzt man ihr noch eine Null vor, um ſie ſo an die 2te Stelle zur Rechten jenes Striches zu bringen.

Demnach bezeichnet 0,1 einen zehnmal geringe-

ren Werth als 1; 0,01, oder 1 an der 2ten Stelle nach dem Striche, einen Hundertmal geringeren Werth als 1; ſo 0,001 den tauſendmal geringeren Werth u. ſ. w. Daſſelbe gilt von jeder andern einfachen Zahl; z. B. 0,04 bezeichnet den um das Hundertfache, 0,0004 den um das Zehntauſendfache verminderten Werth der Zahl Vier.

§. 9. Solche um das Zehn- oder Hundertfache... in ihrem Generalwerthe verminderte Zahlen heißen Zehntheilige Brüche, oder Decimalbrüche, Decimalzahlen. Ihre Benennung iſt folgende: 0,1 iſt ein Zehntel; 0,02 iſt zwey Hundertel: 0,004 iſt vier Tauſendtel u. ſ. w.

In Anſehung dieſer Brüche heißen die vorher von uns betrachteten Zahlen ganze Zahlen, oder die Ganzen. In dieſen Brüchen vertritt die erſte Null die Stelle der Ganzen, weßwegen auch, wenn wirklich ganze Zahlen ausgeſprochen werden, die dieſe Zahlen bezeichnenden Ziffern an die Stelle jener Null geſetzt werden muſſen; z. B. drey Ganze und vier Zehntel, oder zwanzig Ganze, sechs-Zehntel und Acht-Tauſendtel bezeichnet man richtig durch 3, 4; oder 20,608. Die Stellen nach dem Striche heißen Decimalſtellen.

§. 10. Es iſt ferner offenbar, daß ich irgend eine mehrziffrige ganze Zahl z. B. um das Zehnfache vermindere, wenn ich mache, daß z. B. die Hunderter nur Zehner, die Zehner nur Einer, und die Einer Zehntel werden. Will ich z. B. die Zahl drey und zwanzig um das Zehnfache ver-

mindert, oder in Zehntel ausdrücken; ſo ſchreibe ich 2,3; ſoll die ganze Zahl 679 um das Hundertfache vermindert, oder in Hunderttel verwandelt werden, ſo ſchreibe ich 6,79 denn nun iſt der Generalwerth jeder Ziffer richtig um das Hundertfache, alſo die ganze Zahl richtig um ſoviel vermindert worden; indem die Ziffer 6, die vorher Hunderter ausdrückte, nun nur Einer, — die Ziffer der Zehner nun nur Zehntel, — und die Ziffer der Einer nun nur Hunderttel ausdrückt.

Um bey dieſer Bezeichnung nie zu irren; ſo merke man ſich die Regel: Man ſetze den Strich ſo, daß man ſoviele Decimalſtellen bekömmt, als von der wievielſten Ordnung die Einheit iſt, um deren Vielfaches eine Zahl vermindert werden ſoll, oder als wieviele Nullen die Ziffer 1 bey ſich hat. Wird z. B. die Zahl drey Hunderttel geſprochen; ſo weiß ich, daß, weil Hundert die Einheit der 2ten Ordnung. oder mit 1 und 00 geſchrieben wird, ich auch 2 Decimalſtellen haben, folglich, da ich nur die einzige geltende Ziffer 3 brauchen kann, ſchreiben müſſe 0,03. Sollte man die Zahl Hundert-Vier und Zwanzig-Zehntel ſchreiben; ſo braucht man nur eine Decimalſtelle, ſchreibt demnach 12,4. Hätte man eben ſoviele Zehn-tauſendtel genannt; ſo müßte man 4 Decimalſtellen haben, und alſo ſetzen: 0,0124.

§. 11. Will man nun ſelbſt wieder einen ſolchen Decimalbruch oder eine ſolche Decimalzahl, wie z. B. 12,4 um das Zehn- oder Hundertfache vermindern, oder vermehren; ſo thut man dieß auf

leichte Weiſe dadurch, daß man im erſten Falle den Strich von der Rechten zur Linken, im andern Falle von der Linken zur Rechten um ſoviele Stellen fortrückt, als wieviele Nullen die Einheit bey ſich hat, um deren Vielfaches ich die Zahl vermehren oder vermindern ſoll; z. B. 12,4 ſoll um das Zehnfache vermindert werden; ſo ſchreibe ich blos 1,24; bey der Zehnfachen Vermehrung hätte ich geſchrieben 124. Um dieſelbe Zahl 12,4 tauſendfach zu vermindern, hätte man 0,0124, ſowie bey der tauſendfachen Vermehrung 12400 ſchreiben müſſen.

§. 12. Wenn man irgend eine ſolche Decimalzahl vorgegeben hat, und man ſoll ſie leſen, oder ausſprechen; ſo ſpricht man entweder jede einzelne Ziffer ugleich mit ihrem Generalwerthe aus, oder man lieſt die Zahl, wie eine ganze, ſpricht aber am Ende die Einheit von der ſovielſten Ordnung mit dem Beyſatze tel aus, als Decimalſtellen angegeben ſind. So lieſt man die Zahl 3,24 entweder ſo: 3 Ganze, 2 Zehntel, 4 Hunderttel, oder zuſammen: Dreyhundert-Vier-und Zwanzig-Hunderttel.

§. 13. Außer den Decimalbrüchen giebt es noch andere gebrochene Zahlen, welche man nur die gemeinen, oder vulgären Brüche zu nennen pflegt. Dieſe Brüche erhält man jedesmal, ſooft man ſich irgend eine vielfache Verminderung von irgend einer Zahl denkt. Z. B. die vierfache Verminderung der Zahl Drey. Dieſe Brüche be-

zeichnet man ſo: $\frac{3}{4}$ oder $\frac{5}{6}$, und ſpricht Drey-viertel; oder Fünf-ſechſtel. Auf gleiche Weiſe könnte man auch die zehntheiligen Brüche als gemeine ausdrücken, wenn man jene ſo anſchriebe, wie man ſie lieſt; z. B. ſtatt 0,3 ſchriebe $\frac{3}{10}$; ſtatt 0,001 ſchriebe $\frac{1}{1000}$ ꝛc.

Bey dieſen gemeinen Brüchen heißt die Zahl über den Strich der Zähler, die untere Zahl heißt der Nenner. Iſt dieſer größer, als der Nenner; ſo heißt der Bruch ein eigentlicher, im Gegentheile ein uneigentlicher Bruch.

Ganze Zahlen mit Brüchen zuſammengenommen heißen gemiſchte Zahlen; ſo iſt drey Ganze und Vier-ſiebentel eine gemiſchte Zahl; man ſchreibt dieß ſo: $3\frac{4}{7}$.

§. 14. Die Zahlen überhaupt ſind entweder benannte, oder unbenannte Zahlen. Benannt heißen ſie, wenn beſtimmt ausgedrückt oder ausgeſprochen wird, welche Eigenſchaft die Einheit habe, aus welcher die Zahl entſprungen gedacht werden muß. Zähle ich z. B. ein Buch, und noch ein Buch zuſammen; ſo ſpreche ich dann die benannte Zahl: zwey Bücher — aus; eben ſo ſind die Zahlen: tauſend Menſchen, — Neun Ehlen; — Drey viertels Gulden oder Pfunde u. d. gl. benannte Zahlen. Im Gegentheile heißt die Zahl unbenannt. Wenn ich z. B. ſpreche acht Zehntel, ſo kann dieß acht Zehntheile eines Fußes, oder Zolles, oder Kreuzers u. ſ. w. bedeuten.

§. 15. Rechnen heißt aus gegebenen Zahlen eine unbekannte finden.

Die Regeln des Rechneus mit unbenannten Zahlen zu wiſſen, iſt die Hauptſache. Wer dieſe weiß, und ſich noch einige leichte Nebenvorſchriften rückſichtlich der unbenannten Zahlen merkt, wird auch mit dieſen leicht und richtig rechnen können.

Die Grundlage alles Rechnens ſind ferner die ſogenannten vier Spezies oder Rechnungsarten, nämlich die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Diviſion.

Die Probe über eine gemachte Rechnung iſt die Prüfung, ob man die gegebenen Rechnungsregeln auch richtig angewendet, alſo wahr oder richtig gerechnet habe.

Der gemeinen Rechenkunſt
Zweyter Abſchnitt.

Von den vier Spezies in ganzen, unbenannten oder auch benannten Zahlen von einerley Art.

I. Von der Addition.

§. 16. Gegebene Zahlen addiren oder zuſammenzählen heißt eine Zahl finden, welche jenen gegebenen Zahlen zuſammengenommen gleich iſt.

Das Zeichen der Addition iſt +, und das der Gleichheit iſt =. Statt z. B. zu ſagen: die Zahl drey zu vier addirt giebt die Zahl Sieben, oder beyde Zahlen addirt ſind gleich der Zahl Sieben; bezeichnet man alles dieſes kurz ſo: 3 + 4 = 7.

Die gegebenen Zahlen, die addirt werden ſollen, heißen die Summanden (oder auch die einzelnen Poſten); die ihnen gleiche Zahl, welche aufzufinden iſt, heißt die Summe.

Regeln über die Addition.

§. 17. Erſte Regel. Man ſchreibe die Ziffern der Summanden ihrem Generalwerthe nach untereinander, — Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. ſ. w. Man ſoll z. B. die Zahlen 314, dann 4360, weiter 21 und endlich 3 zuſammen addiren; ſo muß man ſetzen:

	1)		2)
	314		9314
1)	4360	2)	5360
	21		21
	3		3
S.	4698	S.	14698

Zweyte Regel. Man zähle dann die in den einzelnen Zifferncolumnen oder Reihen übereinanderſtehenden Zahlen, von der erſten Columne rechter Hand angefangen, zuſammen, nämlich zuerſt alle übereinanderſtehende Einer, dann die Zehner, dann alle Hunderter u. ſ. w., indem man ſpricht: Drey und Eins iſt Vier, und Vier dazu iſt Acht; — die Ziffer 8 ſchreibe man gerade unter dieſe Reihe der Einer, nachdem man zuvor die Summanden durch einen

Strich abgeſöndert hat. — Weiter ſpreche man eben ſo: Zwey und Sechs iſt Acht, und Eins dazu iſt Neun, und ſchreibe die Ziffer 9 gerade unter die Reihe der Zehner. Ganz ſo verfahre man für jede folgende Ziffern-Columne, wie dieß oben unter 2) angezeigt iſt.

Dritte Regel. Indem man nach der vorigen Regel verfährt, erhält man öffters eine zweyziffrige Zahl, z. B. 12 Einer zuſammen, oder 22 Zehner u. ſ. w., oder gar 112 Einer, oder Zehner u. d. gl. bey vielen Reihen untereinander geſchriebener Zahlen. In dieſen Fällen ſetzt man nur die letzte Ziffer zur Rechten unter den Strich, behält die anderen Ziffern im Sinne, und addirt ſie gehörig zu den Zahlen, welche man in den nächſtfolgenden Columnen zuſammenzählt, nämlich die im Sinne behaltenen Zehner zu den Zehnern in der 2ten, die Hunderter zu den Hundertern in der 3ten Columne, u. ſ. w. Eine Ausnahme hievon macht blos die Zahl, welche ich durch Zuſammenzählung der Zahlen in der letzten Columne zur Linken erhalten, welche Zahl ganz ausgeſchrieben wird; wie oben unter 2) die Zahl 14.

Beyſpiel. Man habe zu addiren folgende richtig untereinander geſchriebene Zahlen:

	45609		fl.	kr.
	3679		3	54
3)	3	4)	2	45
	48		1	39
	987405		4	59
	S. 1036744		S. 13	17.

Nämlich im Beyſpiele unter 3) giebt die erſte Columne der Einer bey Zuſammenzählung die Zahl 34;

hievon wird 4 richtig unter den Strich geſetzt, 3 aber im Sinne behalten, und als 3 Zehner ſogleich in der folgenden Columne zu den Zehnern addirt. Hieraus erhält man 14; die Ziffer 4 wird angeſetzt, und 1 oder Hundert wird zu den Hunderten in der 3ten Columne addirt, u. ſ. w. die letzte Zahl 10 wird ganz ausgeſchrieben.

Im Beyſpiele unter 4) ſollen Gulden und Kreutzer addirt werden. In dieſen und allen ähnlichen Fällen muß Gleichartiges zu Gleichartigem, Gulden zu Gulden und Kreutzer zu Kreutzer addirt werden, und zwar fängt man bey der Addition der geringſten Sorte, hier bey Kreutzern an. Da iſt nun der Leichtigkeit im Rechnen wegen zu bemerken, daß man nur die Einer gehörig zuſammenzählt, bey der Columne der Zehner aber blos (etwa durch beygeſetzte Punkte) bemerkt, wie oft man 6 oder 6 Zehner zählen könne. Soviele ſolcher Sechs man zählt; ſoviel Gulden addirt man zu der Reihe der Gulden, indem 60 Kreutzer = 1 Gulden. So macht in unſerem Beyſpiele 9 + 9 + 5 + 4 die Zahl 27. Ich ſchreibe alſo 7 an, und behalte 2 im Sinne; ſpreche dann 2 + 4 iſt 6, ſetze rechts einen Punkt; von der unterſten Ziffer 5 behielt ich noch 1, dieſes rechne ich zu 3, ſo habe ich 4; dazu nehme ich von der dritten Ziffer 4 aufwärts nur noch 2; ſo habe ich wieder 6, und ſetze rechts noch einen Punkt; zu den von 4 übriggebliebenen 2 nehme ich aus der nächſten Zahl 5 noch 4; ſo erhalte ich nochmals 6, ſetze wieder einen Punkt, aber die von der oberſten Ziffer 5 nun übriggebliebene Eins ſchreibe ich unten an, ſo daß ich 17 Kreutzer habe. Auf dieſe Weiſe habe ich

3mal die Zahl 6 gezählt, ich zähle alſo 3 Gulden zur Reihe der Gulden, wodurch 13 fl. zum Vorſchein kommen.

Wenn eine lange Reihe untereinander geſetzter Zahlen zu addiren iſt, ſo kann man ſie, um nicht ſo leicht zu irren, in einzelne kleinere Reihen abtheilen, dieſe addiren; ſo geben dann die gefundenen einzelnen Summen zuſammengezählt, die ganze geſuchte Summe.

Probe über die Addition.

§. 18 Die Prüfung, ob man richtig addirt, oder die wahre Summe gefunden habe, kann erſtens darin beſtehen, daß man die Einer, Zehner u. ſ. w. nochmals in umgekehrter Ordnung zuſammenzählt, ſo nämlich, daß man von oben nach unten zu, die einzelnen Ziffern-Columnen zuſammenrechnet, wenn man zuerſt von unten nach oben zu gieng. Dadurch werden die Zahlen, bey denen man allenfalls das erſtemal fehlte, auseinander getrennt, und mit anderen Zahlen zunächſt zuſammengenommen. Z. B. man hätte, indem man von unten nach oben zu addirte, geſprochen 9 und 7 iſt 15 oder 17, und 4 dazu iſt 19 oder 21, alſo gefehlt, ſo wird ſich dieſer Irrthum vielleicht aufdecken, wenn man, indem man von oben herein geht, ſpricht: 4 und 7 iſt 11, und 9 dazu iſt 20.

Zweytens kann man auch die ſogenannte Neunerprobe anwenden: dieſe beſteht darin, daß man alle Ziffern der Summanden wie Ziffern der Einer betrachtet, ſie dann zu neun zuſammen-

zählt, und alle ſo gefundenen Neuner wegläßt, und das, was übrig bleibt, bemerkt. Dann wirft man auch aus der Summe alle Neuner weg, und bemerkt abermals den erhaltenen Reſt; iſt dieſer derſelbe, welcher nach Wegwerfung aller Neuner aus den Summanden gefunden wurde; ſo kann man ſich in Anſehung der Richtigkeit der Rechnung beruhigen, vorausgeſetzt, daß man mit voller Aufmerkſamkeit gerechnet habe.

Im Beyſpiele unter 3 im vorigen §. wird man alſo ſo verfahren: in der erſten Summande 45609 iſt 4 und 5 = 9; 9 auch weggeworfen, bleibt 6; dieſe 6 in der 2ten Summande zu 3 addirt giebt 9, 6 zu 3 aus 7 addirt giebt wieder 9; aus 7 bleibt noch 4, dazu die dritte Summande 3 und aus der 4ten Summande 2 addirt, giebt wieder 9. Aus 4 blieb noch 2, davon Eins zu 8 addirt, giebt wieder 9, bleibt noch Eins. So finde ich denn, daß nach Wegwerfung aller Neuner endlich 7 als Reſt bleibt, welcher Reſt auch aus der Summe 1036744 zum Vorſchein kömmt, nachdem man auf gleiche Weiſe alle Neuner weggeworfen hat.

II. Von der Subtraktion.

§. 19. Eine Zahl von der anderen ſubtrahiren, oder abziehen heißt, eine Zahl finden, die mir anzeigt, um wieviel eine der gegebenen Zahlen größer iſt, als die andere.

Die Zahl, von welcher abgezogen wird, heißt der Minuend; die Zahl, welche man abziehen ſoll, heißt der Subtrahend, und die zu findende

Zahl heißt der Unterſchied oder die Differenz. Das Zeichen der Subtraktion iſt ein kleiner Strich, wie —. So iſt in dem Ausdrucke 12 — 8 = 4, die Zahl 12 der Minuend, 8 der Subtrahend, indem der Strich — anzeigt, daß 8 von 12 abgezogen werden ſoll, und 4 iſt der geſuchte Unterſchied. Man lieſt den gegebenen Ausdruck ſo: Zwölf weniger Acht iſt gleich Vier; ſo iſt 12 Gulden weniger 8 Gulden gleich 4 Gulden.

Hiebey iſt wohl zu bemerken, daß man die Differenz in demſelben Sinne nehmen müſſe, in welchem man den Minuend nimmt, oder angiebt; z. B. wenn ich von 12 Gulden Vermögen 8 fl. Schulden abziehen ſoll, ſo bleiben mir noch 4 fl. Vermögen übrig. Aber wenn ich von 8 fl. Vermögen 12 fl. Schulden abziehen ſollte; ſo ziehe ich zwar auch die kleinere Zahl 8 von der größeren 12 ab; aber ich muß ſagen, daß mir noch 4 fl. Schulden übrig bleiben.

Regeln über die Subtraktion.

§. 20. Erſte Regel. Man ſetze die Ziffern des Subtrahends unter die des Minuends ſo, wie es ihr Generalwerth erfordert, d. i. Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. ſ. w. Man ziehe dann die Einer von den Einern, die Zehner von Zehnern u. ſ. w. ab, und ſetze wie bey der Addition, die erhaltene Differenz unter den gemachten Strich. Es ſey z. B. der Unterſchied zwiſchen 369 und 24 zu finden: Man ſetze

	Minuend.	369	man ſpricht nämlich 4
1)	Subtrahend.	24	von 9 bleibt 5; 2 von 6
	Unterſchied.	345	bleibt 4, und 3 iſt 3.

Zweyte Regel. Sollte aber wie es oft eintrifft, eine Ziffer des Subtrahends kleiner seyn, als die gerade über dieſelbe ſtehende Ziffer des Minuends; ſo enlehnt man von der nächſt geltenden Ziffer des Minuends eine Einheit, welche gleich iſt 10 Einheiten der nächſt niederen Art oder Ordnung; ſo iſt ein Zehner gleich 10 Einern, und ein Hunderter = 10 Zehnern. Dieſe entlehnte Einheit addirt man nun als Zahl 10 zu der fraglichen kleineren Ziffer des Minuends, und zieht nun ab, wie vorhin. Allein vergeſſen darf man hiebey nicht, daß die nächſte Ziffer des Minuends auf dieſe Weiſe um Eins vermindert worden iſt.

Beyſpiele.

	Min.	462	indem man ſpricht: 5 v. 12 bleibt 7, u. 3 v. 5, od. 4 v. 6 bleibt 2.		Min.	634	indem man ſpricht: 5 v. 14 bleibt 9, 8 v. 12, od. 9 v. 13 bleibt 4, u. 2 v. 5, oder 3 v. 6 bleibt 3.
2)	Subt.	35		3)	Subt.	285	
	Unt.	427			Unt.	349	

Dritte Regel. Kommen im Minuend Nullen vor, und man muß nach der vorigen Regel entlehnen; ſo verwandelt ſich die erſte Null, von welcher ich das erſtemal entlehne, in 10, aber alle ihr zur Linken unmittelbar folgenden Nullen des

Minuends verwandeln ſich in 9, und die auf dieſe Nullen zunächſt folgende geltende Ziffer wird um Eins vermindert. Wenn man aber ſchon vorher, ehe man an die Nullen kam, entlehnt hatte, ſo verwandelt ſich gleich die erſte, und ſo alle unmittelbar folgenden Nullen in 9.

Beyſpiele.

4) Min.	300	indem man ſpricht: 5 v. 10 bleibt 5, 2 v. 9 bleibt 7, 1 von 2 bleibt 1.	5)	802 6	indem man ſpricht: 8 von 16 bleibt 8, 2 von 9 bleibt 7 u. ſ. w.
Subt.	125			305 8	
Unt.	175		=	49678	

Wer ſich gewöhnt, die nächſte Ziffer im Subtrahend um Eins zu erhöhen, ſo oft er vorher entlehnt hat, für den verwandelt ſich jedes Null in 10; er wird nämlich im Beyſp. unter 4) ſtatt 2 von 9 ſprechen 3 von 10 bleibt 7; und eben ſo im Beyſp. unter 5) 3 von 10 bleibt 7, 6 von 12 bleibt 6, 1 von 10 bleibt 9, 4 von 8 bleibt 4.

Probe über die Subtraktion.

§. 21. Man addire die Differenz zum Subtrahend; ſo kömmt, wenn man richtig gerechnet hat, der Minuend wieder zum Vorſchein, und umgekehrt. Die Neunerprobe auch hier anzuwenden, iſt höchſt unnöthig.

Im Beyſp. unter 4) giebt 5 + 5, die Zahl 10, oder 0, indem man Eins im Sinn behält: dann dieſes 1 + 7 + 2 giebt zum Anſatz wieder 0; end-

ſich die im Sinne behaltene Einheit zu 1 in der Differenz und zu 1 im Subtrahend addirt, giebt 3; alſo erhält man den ganzen Minuend 300 wieder.

III. Von der Multiplikation.

§. 22. **Multipliziren**, oder **Vervielfachen** heißt eine Zahl finden, welche die eine der gegebenen Zahlen ſooft zu ſich addirt enthält, als wie oft die Einheit in der anderen Zahl enthalten iſt. Beyde Zahlen heißt man kurz die **Faktoren**, oder die eine, welche multiplizirt werden ſoll, heißt der **Multiplikand**, die andere womit man multipliziren ſoll, heißt der **Multiplikator**; die zu findende Zahl heißt das **Faktum** oder das **Produkt**. Ein bloſer Punkt, oder ein Kreutz, wie ×, iſt das Zeichen der **Multiplikation** z. B. der Ausdruck 6. 3 = 18, oder 6 × 3 = 18 zeigt an, daß die Zahl Sechs mit der Zahl Drey multiplizirt, daß Faktum oder die Zahl Achtzehn giebt. Nämlich die Zahl 18 enthält die Zahl 6 3mal zu ſich addirt, indem 6 + 6 + 6 = 18; aber eben ſo enthält auch die Zahl 18 die Zahl 3 ſechsmal zu ſich addirt; oder 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18. Woraus man ſieht, daß es in Anſehung des Produkts 18 einerley iſt, ob ich 6 mit 3, oder 3 mit 6 multiplizirt betrachte.

Allein, wenn man mit benannten Zahlen rechnet, ſo bekömmt das Produkt den Namen des Multiplikands. z. B. ein Schreiner hat 3 Wagen voll Bretter gekauft; jeder Wagen hatte 100 Bret

ter; wieviel Bretter hat er empfangen? Antwort. 100. 3 = 300 Bretter; oder 100 + 100 + 100 Bretter.

Hieraus, wie ſchon aus dem Vorigen iſt klar, daß die Multiplikation eine wiederholte Addition ſey, daß alſo durch jene dieſe ſehr abgekürzt werde.

Um aber alle Beyſpiele über die Multiplikation nicht nur richtig, ſondern auch geläuffig zu Ende zu bringen, muß der Anfänger vor Allem das ſogenannte Einmal Eins ſeinem Gedächtniſſe wohl einprägen. Ich ſetze daſſelbe zum Erlernen hieher:

1	mal	1	iſt	1
2	mal	2	iſt	4
2	mal	3	iſt	6
2	mal	4	iſt	8
2	mal	5	iſt	10
2	mal	6	iſt	12
2	mal	7	iſt	14
2	mal	8	iſt	16
2	mal	9	iſt	18
3	mal	3	iſt	9
3	mal	4	iſt	12
3	mal	5	iſt	15
3	mal	6	iſt	18
3	mal	7	iſt	21
3	mal	8	iſt	24
3	mal	9	iſt	27
4	mal	4	iſt	16
4	mal	5	iſt	20
4	mal	6	iſt	24
4	mal	7	iſt	28
4	mal	8	iſt	32
4	mal	9	iſt	36
5	mal	5	iſt	25
5	mal	6	iſt	30
5	mal	7	iſt	35
5	mal	8	iſt	40
5	mal	9	iſt	45
6	mal	6	iſt	36
6	mal	7	iſt	42
6	mal	8	iſt	48
6	mal	9	iſt	54
7	mal	7	iſt	49
7	mal	8	iſt	56
7	mal	9	iſt	63
8	mal	8	iſt	64
8	mal	9	iſt	72
9	mal	9	iſt	81.

Regeln über die Multiplikation.

§. 23. Erſte Regel. Ein jede Zahl mit Eins multiplicirt giebt zum Produkt wieder dieſelbe Zahl, oder Eins, wie man ſpricht, multiplizirt nicht; ſo iſt 6 × 1 = 6: Aber wenn man irgend eine Zahl mit Null multiplizirt; ſo iſt das Faktum auch Null; ſo iſt 3. 0 =, oder 24. 0 = 0.

Zweyte Regel. Soll man irgend eine Zahl mit 10, oder mit 100 . . . d. i. mit der Einheit einer gewiſſen Ordnung multipliziren; ſo ſetzt man nur neben jener Zahl, als Multiplikand, ſoviele Nullen rechts bey, als dieſe Einheit bey ſich hat; ſo iſt 3 × 100 = 300; oder; oder 56 × 1000 = 56000.

Dritte Regel. Wenn die Faktoren blos einziffrige Zahlen ſind; ſo weiß man jedesmal das Produkt aus dem obenſtehenden Einmal Eins. Iſt aber der eine Faktor eine vielziffrige Zahl; ſo ſetzt man den einziffrigen Faktor gerade unter die Stelle der Einer jenes erſten Faktors, macht einen Strich darunter, und multiplizirt alle Einer, Zehner, Hunderter u. ſ. w. des Multiplikands von der Rechten gegen die Linke mit jener einziffrigen Zahl. Die ſo gefundenen einzelnen Produkte der Einer, Zehner u. ſ. w. ſetzt man unter jenen Strich wieder an die Stelle der Einer, Zehner u. ſ. w. Z. B. es ſoll 234 mit 2 multiplizirt werden; ſo ſetzt man: 234 Man findet

$$\begin{array}{rr} & 234 \\ 1) & \underline{2} \\ & 468 \end{array}$$

nämlich das Hauptprodukt 468, indem man ſpricht 2 mal 4 iſt 8; 2 mal 3 iſt 6, und 2 mal 2 iſt 4.

Wenn aber unter dieſen einzelnen Produkten eine zweyziffrige Zahl, z. B. 24 vorkömmt; ſo wird nur die hintere Ziffer 4 unter den Strich geſetzt, aber die vordere wird jedesmal zum folgenden einzelnen Produkte addirt, nur das letzte einzelne Produkt zur Linken wird ganz ausgeſchrieben. Z. B. 576 ſoll mit 4 multiplizirt werden; man ſetze

576 indem man ſpricht 4 mal 6 iſt 24; 4 wird
2) 4 angeſetzt, 2 behalte ich im Sinne; — dann
2304 | 4 mal 7 iſt 28 und 2 dazu iſt 30; o wird angeſetzt, und 3 im Sinne behalten, welche 3 zum nächſten Produkte 20 addirt, das auszuſchreibende Produkt 23 geben.

Vierte Regel. Wenn beyde Faktoren mehrziffrige Zahlen ſind; ſo multiplizirt man nach und nach mit jeder einziffrigen Zahl des Multiplikators, nämlich zuerſt mit der Zahl der Einer, dann mit der Zahl der Zehner u. ſ. w. den ganzen Multiplikand gerade ſo, wie vorhin, durch; dadurch bekömmt man ſoviele einzelne Produkte, als der Multiplikator Ziffern hat. Um nun dieſe einzelnen Produkte richtig addiren zu können, oder um das geſuchte Hauptprodukt zu erhalten; ſo müſſen jene einzelnen Produkte ſo untereinander geſchrieben werden, daß man jedes folgende einzelne Produkt um eine Stelle von der Rechten zur Linken hinrückt; wie dieſe folgenden Beyſpiele zeigen:

	Multiplikand.	67804		372
3)	Multiplikator.	36		394
	Einzelne Produkte	406824	4)	1488
		203412		3348
				1116
	Haupt Produkt.	2440944		146568

Indem man nämlich unter 4) erſt mit 4 multipliʒirt, erhält man nach der dritten Regel das einzelne Produkt 1488 indem man dann mit 9 dieſelbe Zahl 372 multiplizirt, erhält man das zweyte einzelne Produkt 3348 u. ſ. w. Dieſe 3 einzelne Produkte durch Hineinrücken richtig untereinander geſetzt, dann addirt, geben das geſuchte Hauptprodukt 146568.

Fünfte Regel. Wenn die Ziffern des Multiplikators in ihrer Mitte Nullen haben; ſo überhüpft man dieſe beym Multipliziren, rückt aber dann das folgende einzelne Produkt um eine Stelle mehr hinein, als man Nullen überhüpft hat.

Beyſpiele.

```
5) Multiplikand.     3605 | 6)      39725
   Multiplikator.    4002 |         40305
                  ------- |       -------
                     7210 |        198625
                 14420    |      119175
                 -------- |     158900
   Faktum.       14427210 |    ----------
                          |    1601116125
```

Sechſte Regel. Wenn aber dieſe Nullen den Faktoren am Ende angehängt ſind; ſo ſchreibt man ſie alle entweder ſogleich unter den Strich, oder ſetzt ſie, wenn die einzelnen Produkte addirt ſind, dem Hauptprodukte hinten an.

Beyſpiele.

```
7)        360 | 8) 4970 od.  4970   | 9)    6320
           40 |    2600       2600  |       6030
      ------- |              ----   |     ------
Fakt. 14400   |              2982   |     1896
              |             994     |    3792
              |             ------  |    -------
              |           12922000  |    38109600
```

Siebente Regel. Soll eine und dieſelbe Zahl z. B. 356 mit mehreren Zahlen z. B. ſowohl mit 3, als mit 4 multiplizirt werden; ſo multiplizirt man entweder jene Zahl 356 einzeln erſt mit 3, und dann das erhaltene Produkt 1068 noch mit 4; oder man multiplizirt 356 mit dem Produkte 12 aus jenen Faktoren 3 und 4; in jedem Falle erhält man das richtige Produkt 4272.

Man kann daher auch umgekehrt, ſtatt mit einer mehrziffrigen Zahl zu multipliziren, mit den Faktoren dieſer Zahl einzeln den Multiplikand multipliziren; ſtatt z. B. 356 mit 12 zu multipliziren, kann man erſt mit 3, und dann noch mit 4 multipliziren.

Anmerkung. Alle dieſe Regeln gelten, wenn man irgend eine ganze benannte Zahl multipliziren ſoll; z. B. eine Seite eines gewöhnlichen Satteldaches hat 64 Latten, und auf jede Latte gehen 80 Ziegel; wieviele Ziegel braucht man für die 2 Seiten des Daches? Man multiplizire 80 mit 64, ſo hat man für eine Seite die Anzahl der Ziegeln = 5120; dieſe Zahl noch mit 2 multiplizirt, weiß man die Zahl der nöthigen Ziegeln = 10240.

Probe über die Multiplikation.

§. 24. Wie man mit Hülfe der Diviſion prüfe, ob man richtig multipliziren oder das wahre Produkt gefunden habe, ſoll unten bey dieſer Spezies vorkommen.

Allein auch hier iſt wieder die Neunerprobe vom vorzüglichen Nutzen, vorausgeſetzt, daß einer

mit voller Aufmerkſamkeit gerechnet habe. Man ſtellt dieſe Probe hier ſo an: man werfe 1) wie bey der Addition alle Neuner aus dem Multiplikand weg, und bemerke ſich den Reſt; eben ſo werfe man 2) alle Neuner aus dem Multiplikator weg, und bemerke ſich wieder den Reſt; 3) beyde Reſte multiplizire man mit einander, und werfe auch daraus alle Neuner weg, oder zähle die Ziffern, wie bloſe Einer zuſammen. Mit dieſem ſo erhaltenen Reſte muß der Reſt übereinſtimmen, welchen man bekömmt, wenn man auch aus dem Hauptprodukte die Neuner weggeworfen hat.

Beyſpiel. Im Beyſp. unter 6) im vorigen §. erhält man aus dem erſten Faktor 39725 den Reſt 8 nach Wegwerfung der Neuner; im Multiplikator erhält man den Reſt 3. Nun iſt 8. 3 = 24. aber 4 und 2 iſt 6; alſo muß auch derſelbe Reſt im Hauptprodukte zum Vorſchein kommen, wenn man recht gerechnet hat; wirklich findet man auch hier 6 als Reſt, wenn man alle Neuner wegwirft.

Hiebey iſt zu merken, daß, wenn man in einem der Faktoren Null als Reſt erhält, man ſogleich weiß, daß auch im Hauptprodukte 0 als Reſt bleiben müſſe; ſo iſt im Beyſpiel unter 7) 3 + 6 = 9, alſo der Reſt 0; aber auch im Hauptprodukte 144000 kann man nur bis 9 zählen, oder man erhält ebenfalls 0 zum Reſte.

Bey ſehr wichtigen Rechnungen thut man wohl, wenn man dieſe Neunerprobe auch ſchon auf die einzelnen Produkte anwendet. Z. B. im Beyſp. unter 4) deſſelben vorigen §. bleibt im Multiplikand 572 nach Wegwerfung der Neuner der Reſt 3, damit die

erſte Zahl der Einer, nämlich 4, aus dem Multiplikator multiplizirt, hat man 12; aber 1 + 2 iſt 3; alſo muß im erſten einzelnen Produkte 1488 auch 3 als Reſt bleiben, wie man dieſen wirklich findet. Wegen der 2ten Zahl 9 muß im 2ten einzelnen Produkte 0 als Reſt bleiben; endlich eben jenen erſten Reſt 3 mit der letzten Zahl 3 im Multiplikator multiplizirt, erhält man wieder 9 oder 0; daher man auch 0 im 3ten einzelnen Produkte nach Wegwerfung der Neuner erhalten muß. — Auf dieſe Art die Neunerprobe einzeln, und dann auch über das Ganze anzuſtellen, wird den ſicher nie rechnen welchem es um eine genaue Rechnung zu thun iſt.

IV. Von der Diviſion.

§. 25. Eine Zahl durch eine andere dividiren oder theilen heißt eine Zahl finden, welche anzeigt, wie oft die zweyte Zahl in jener erſten enthalten ſey, oder wie oft die zweyte von der erſten abgezogen werden könne. Die zu theilende Zahl heißt der Dividend; die zweyte Zahl, wodurch man theilt, heißt der Theiler oder Diviſor; die zu findende Zahl heißt der Quotient oder Quotus; das Zeichen der Diviſion ſind 2 Punkte, zwiſchen den 2 gegebenen Zahlen, geſetzt, oder ein Strich, über welchen der Dividend und unter welchen der Diviſor geſetzt iſt; z. B. um anzudeuten, daß die Zahl Zwölf durch Drey dividirt werden ſoll, ſetzt man 12: 3, oder $\frac{12}{3}$. Allein bey größeren Zahlen, wo das Auffinden des Quotienten etwas ſchwerer

iſt, z. B. wenn die Zahl 32098 durch 26 getheilt werden ſoll, pflegt man die Zahlen ſo anzuſetzen:

32098 | 26 / Quot. ; nämlich unter den horizontalen Strich kömmt der Quotient zu ſtehen.

Um nun wirklich zu finden, wie oft z. B. 3 in 12 enthalten ſey, dürfte ich nur den Diviſor 3 wiederholt von 12 abziehen; ich finde, daß dieſes 4 mal geſchehen könne; ich würde alſo 4 als Quotienten, oder 12: 3 = 4 ſetzen. Allein man ſetze ſtatt 12 eine größere Zahl z. B. 96 ſo ſieht man ſchon ein, daß dieſes wiederholte Abziehen höchſt langweilig und zeitraubend ſeyn müßte, daher hat man mehrere Regeln aufgefunden, um auf eine leichtere und kürzere Weiſe dividiren, oder das wiederholte Abziehen vollenden zu können.

Das Theilen, wobey kein Reſt bleibt, was man das Aufgehen der Diviſion nennt, heißt genaues Theilen, oder Meſſen, und der Diviſor heißt dann das Maß vom Dividende; z. B. $\frac{6}{2}$ iſt genau = 3; daher iſt 2 das Maß von 6, und das Dividiren ein Meſſen. Aber wenn man 5 durch 3 dividiren ſoll; ſo ſieht man leicht, daß 3 von 5 nur einmal abgezogen werden könne, und daß 2 zum Reſte bleibe, in welchem 3 nicht mehr enthalten iſt. Man pflegt dieß ſo auszudrücken: $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$, nämlich zum Quotienten ſetzt man den Reſt, durch den Diviſor dividirt, als Bruch an, und ſpricht: der Quotient iſt Eins und Zwey Drittel.

Wenn eine Zahl zwey oder mehrere Zahlen mißt; ſo heißt ſie gemeinſchaftliches Maß dieſer Zah-

len: ſo iſt 2 das gemeinſchaftliche Maß von 4, 8 und 12. Eine Zahl heißt das gemeinſchaftlich größte Maß anderer Zahlen, wenn jene dieſe Zahlen am genaueſten, d. i. ſo mißt, daß die kleinſten Quotienten zum Vorſchein kommen; ſo mißt z. B die Zahl 2 die Zahlen 4 und 8, indem die Quotienten 2 und 4 ohne Reſt erhalten werden; allein eben dieſe Quotienten ſind nochmals meßbar durch 2; daher 2 × 2 oder die Zahl 4 das gemeinſchaftlich größte Maß von 4 und 8 iſt.

Wenn man mit benannten Zahlen rechnet; ſo hat man zu merken, daß der Quotient immer den Namen des Dividends bekömmt. Sollen z. B. 12 Gulden unter 3 Menſchen vertheilt werden; ſo ſagt der Quotient 4, daß jeder 4 Gulden erhalte.

Regeln über die Diviſion.

§. 26. Erſte Regel. Um zu finden, wie oft eine einziffrige Zahl in einer einziffrigen Zahl enthalten ſey, darf man nur den Diviſor mit irgend einer Zahl in Gedanken multipliziren, um ein Produkt zu erhalten, welches entweder dem Dividend gleich iſt, oder ihm am nächſten kömmt. Man habe z. B. 8 durch 2 zu dividiren; ſo denke man ſich: 2 mal 4 iſt 8, und man hat den wahren Quotienten 4. Wäre 9 der Dividend; ſo wäre zwar auch die Zahl 4 der Quotient, als ganze Zahl, indem 2 mal 5, oder die Zahl 10 ſchon größer iſt, als 9; allein da das Produkt aus 2 in 4 nur 8 iſt, daher, wenn ich es von 9 abziehe, den Reſt 1 läßt; ſo iſt der ganze Quotient $4\frac{1}{2}$.

Zweyte Regel. Wenn der Dividend irgend eine mehrziffrige, der Diviſor aber eine einziffrige Zahl iſt; ſo verfährt man entweder ganz nach der vorigen Regel, ſolange noch das ſogenannte Einmal Eins ein dem Dividend gleiches, oder doch nächſt kleineres Produkt enthält, oder man wendet die erſte Regel mehrmals an, um den Quotienten zu erhalten.

Beyſp. Man ſoll 63 durch 7 dividiren. Man findet im Einmal Eins, wo 7 als Faktor vorkömmt, eben dieſen Dividend als Produkt aus 7 in die Zahl 9; man hat alſo den geſuchten Quotienten, nämlich eben jene Zahl 9 ohne Reſt. Allein hätte 63 durch 3 dividirt werden ſollen; ſo ſucht man umſonſt im Einmal Eins da, wo 3 als Faktor voran ſteht, ein jener Zahl 63 auch nur nahe kommendes Produkt. Man muß alſo unſere erſte Regel mehrmals anwenden, indem man im Dividend von vornherein ſoviele Ziffern abſchneidet, als nöthig ſind, damit der Diviſor in der durch jene Ziffern ausgedrückten Zahl enthalten ſey. In unſerem Falle iſt 3 ſchon in der durch die erſte Ziffer 6 im Dividend 63 ausgedrückten Zahl Sechs enthalten; man ſpreche alſo 3 mal 2, oder 2 mal 3 iſt 6; ſetze 2 als einzelnen Quotienten an; ziehe das Produkt 6 von jener erſten Zahl 6 im Dividend ab. Der Reſt iſt hier 0, was man entweder gar nicht, oder an deſſen Stelle man blos einen oder 2 kleine Striche anſetzt. Zum Reſt ſetzt man dann die nächſtfolgende Ziffer aus dem Dividend herab, und verfährt wieder auf die vorige Art nach unſerer erſten Regel. Hier iſt der Diviſor 3 einmal in der zum Reſte herabgeſetzten Zahl 3 ent=

halten ohne Reſt; ich ſetze alſo noch 1 an jenen erſten Quotienten 2 rechts an, und ſage, daß 21 der genaue Quotient aus unſerer Diviſion ſey. Das Beyſpiel ſtünde ſo:

1)	2)	3)	4)
6,3, | 3 / 2	3,2,4 | 2 / 162.	6,9,8,7, | 5 / 1397 $\frac{2}{5}$	6,1,8 | 3 / 206
6 „3 3 „	2 12 12 „4 4 „	5 19 15 48 45 37 35 „2	6 „18 18 „

Im dritten Beyſpiele ſoll nämlich 6987 durch 5 dividirt werden: man ſpreche 5 in 6 geht einmal, ſetze 1 am erſten Platze der Quotientenſtelle; ſpreche 1 mal 5 iſt 5, und ziehe dieſes Produkt von 6 ab; ſetze zum Reſte 1 die nächſte Ziffer 9, und ſpreche wieder 5 in 19 geht 3 mal; ſetze 3 zunächſt an die vorige 1 im Quotienten, ziehe das Produkt aus 3 in 5, nämlich 15 von 19 ab. Wenn man nun zum Reſte 4 wieder die nächſte Ziffer 8 herabſetzt, und auf dieſe Weiſe immer fortfährt; ſo erhält man den richtigen Quotienten 1397 mit dem angehängten Bruche $\frac{2}{5}$.

Hiebey hat man wohl zu merken, daß, wenn der Diviſor in irgend einem ſolchen einzelnen Dividende gar nicht ſollte enthalten ſeyn, eine Nulle im Quotienten geſetzt, und die nächſte Ziffer des Dividends zur Zahl, worin der Diviſor nicht enthalten war, herabgeſetzt werden müſſe; dieſen Fall zeigt das obige 4te Beyſpiel, wo, nachdem die Ziffer 1

herabgeſetzt iſt, der Diviſor 3 nicht in 1 enthalten iſt, alſo im Quotienten 0, und zu jener 1 die nächſte Ziffer 8 herabgeſetzt werden muß.

Dritte Regel. Wenn ſowohl der Dividend, als der Diviſor eine mehrziffrige Zahl iſt; ſo verfährt man nach der vorigen zweyten Regel ganz ſo, als wäre der Diviſor eine einziffrige Zahl Sollte z. B. 324 durch 15 dividirt werden; ſo ſpreche ich nicht 15 in 3, ſondern 15 in 32 geht 2 mal, ſetze 2 an die Quotientenſtelle, und ziehe das Produkt aus 2 mal 15, d. i. 30 von 32 ab; zum Reſte 2 ſetze ich wieder die nächſte Ziffer 4 des Dividends u. ſ. w.; ſo finde ich denn $29\frac{9}{15}$ als Quotienten.

Allein man hat ſich in dieſen Fällen folgende Erleichterungsmittel des Dividirens zu bemerken:

1. Um zu erfahren, wie oft der mehrziffrige Diviſor in jedem einzelnen, durch Abtheilung oder Herabſetzung der Ziffern zum Reſte erhaltenen, Dividend enthalten ſey, frage man: wie oft iſt die durch die höchſte Ziffer des Diviſors ausgedrückte Zahl in der erſten ein- oder zweyziffrigen Zahl dieſes Dividends enthalten?

Beyſpiele.

```
                  |312 |                 |365             Tarif.
5) 937,8,7,2,     |3006| 6) 897,4,0,0,   |2458  230       365  |  1
   936            |    |    730          |      ---       730  |  2
   ----           |    |    ----                365      1095  |  3
   ,, 1872             |    1674                         1460  |  4
                       |    1460                         1825  |  5
                            ----                         2190  |  6
                            ·2140                        2555  |  7
                             1825                        2920  |  8
                            ----                         3285  |  9
                             ·3150                       3650  | 10
                              2920
                              ----
                               230
```

Im 5ten Beyſp. ſpreche man: die höchſte Zahl 3 des Diviſors iſt in 9 als höchſter Zahl des Dividends 3 mal enthalten. Man findet 1 als Reſt. Hiezu 8, dann 7, endlich auch 2 herabgeſetzt, ſieht man, daß wieder 3 in 18 aus dem Dividende 6 mal enthalten iſt. — Im 6ten Beyſp. iſt der erſte einzelne Dividend 897, man findet 2 als einzelnen Quotienten, wenn man ſagt: 3 iſt in 8 höchſtens 2 mal enthalten. Der 2te einzelne Dividend iſt 1674; nun iſt 3 in 16 höchſtens 5 mal enthalten, allein wegen der Multiplikation des Quotienten mit dem Diviſor darf man nur 4 als 2te Quotientenziffer anſetzen u. ſ. w.

Eben dieſer letzte Fall macht uns bemerkbar, daß man eben jene höchſte Ziffer des Diviſors um 1 vermehrt denken müſſe, ſobald die auf ſie folgenden Ziffern merklich größere Zahlen ausdrücken. Hätte ich nämlich in unſerem letzten Falle ſtatt 3 die Zahl 4 genommen, und nun gefragt: wie oft iſt 4 in 16 enthalten? ſo hätte ich gleich den rechten einzelnen Quotienten 4 gefunden. Dieſes erhellt noch klärer aus dieſem Beyſpiele: man ſoll 1832 durch 288 dividiren. Hier iſt nun offenbar die höchſte Ziffer 2 eher 3, als 2, d. i. durch ſie iſt näher 300 als 200 ausgedrückt, wenn ich 88 wegdenke. Man ſpreche daher nicht: 2 iſt in 18 9 mal enthalten; ſondern 3 iſt in 18 6 mal enthalten. Wirklich iſt auch 6 der wahre einzelne Quotient; hätte ich 9 dafür angenommen, ſo würde mich erſt eine 4malige Multiplikation nämlich des Diviſors 288 mit 9, dann mit 8, dann mit 7, dann mit 6 belehrt haben, daß 6 einzig der erſte einzelne wahre Quotient ſey.

2. Ein anderes Erleichterungsmittel iſt der Tarif, wie man es nennt. Dieſen habe ich oben zum 6ten Beyſp. angeſetzt; die Art ihn zu fertigen, iſt dieſe: man ſetze zu oberſt den Diviſor 365, addire dieſen zu ſich ſelbſt, oder multiplizire ihn mit 2, ſo erhält man die Zahl 730; hiezu addire man wieder dieſelbe Zahl 365; ſo hat man 1095, wozu abermals den Diviſor 365 addirt, man die Zahl 1460 bekömmt. Auf dieſe Art wiederhole man dieſes Addiren 8mal, und ſchreibe nach jeder vorgenommenen Addition rechts des Vertikalſtriches die Zahlen 1, 2, 3 u. ſ. w. bis 9. Um zu prüfen, daß man ſich bey dieſem Addiren nicht etwa geirrt habe, ſo addire man die 9te Zahl 3285 nochmals zu 365; wenn die erhaltene Zahl dieſelbe Zahl 365, blos um das Zehnfache erhöht, giebt; ſo iſt dieß ein Zeichen, daß man nicht gefehlt habe.

Die Anwendung dieſes Tarifs iſt leicht; er dient mir im beſtimmten Falle für das einfache Einmal Eins. Nämlich nach unſerem Beyſpiele iſt der erſte einzelne Dividend 897, dieſer Zahl zunächſt zeigt der Tarif die Zahl 730, und den Quotienten 2. Der zweyte einzelne Dividend iſt 1674, dieſer Zahl kömmt im Tarif am nächſten die Zahl 1460, welcher zur Seite der zweyte einzelne Quotient 4 ſteht; u. ſ. w.

Man wird übrigens den Tarif nur bey ſehr wichtigen Rechnungen und am liebſten da anwenden, wo man ſich deſſelben Diviſors bey verſchiedenen Dividenden bedienen muß. Iſt er einmal richtig gefertigt; ſo geht das Dividiren leicht und ſicher voran.

3. Ein drittes Erleichterungsmittel iſt in einigen Fällen die Abkürzung. Dieſe iſt auf dreyerley Weiſe anzuwenden.

a. Wenn auch der Dividend ſoviele oder auch mehrere Nullen am Ende beygefügt hat, als der Diviſor; ſo ſchneidet man dieſe Nullen geradezu weg, und eine gleiche Anzahl Nullen aus dem Dividend. Es iſt offenbar eins: ob ich 400 durch 200, oder ob ich 4 durch 2 dividire. Eben ſo: ob man 8000 durch 200, oder 80 durch 2 dividirt.

b. Hat aber der Diviſor allein Nullen am Ende beygefügt; ſo ſchneidet man aus dem Dividende von der Rechten zur Linken ſoviele geltende Ziffern ab, als der Diviſor Nullen hat. Aber nach vollendeter Diviſion muß man dieſe abgeſchnittenen Ziffern entweder dem erhaltenen Reſte beyſchreiben, oder wenn kein Reſt blieb, ſie allein als Zähler des dem Quotus beyzuſetzenden Bruches betrachten, deſſen Nenner ebenfalls der ungeänderte Diviſor iſt. Z. B. man ſoll 524 durch 260 dividiren; man wird ſetzen

$$\begin{array}{r|l} 52,4 & \underline{26,0} \\ \underline{52} & 2\frac{4}{260} \\ = & \end{array}$$

indem man gegen die eine Null im Diviſor die Ziffer 4 abſchneidet, aber, da kein Reſt blieb, zum Quotienten 2 eben jene Zahl 4 mit dem ungeänderten Diviſor als Bruch ſchreibt. Oder man wollte finden, wieviele Gulden 376 Kreutzer machen. Man dividire dieſe Anzahl Kreutzer durch 60; ſetze daher

$$\begin{array}{r|l} 37,6 & \underline{6,0} \\ \underline{36} & 6\frac{16}{60} \\ 16 & \end{array}$$

; man findet 6 und $\frac{16}{60}$ Gulden, oder 6 fl. 16 kr.

c. Auch kann die Abkürzung mit Hilfe des gemeinſchaftlichen Maßes (§. 25.), wenn man dieſes

leicht und geſchwind weiß, oder finden kann, einige Erleichterung geben; z. B. man ſoll 9464 durch 12 dividiren; das gemeinſchaftlich größte Maß dieſer Zahlen iſt 4, wodurch man beyde Zahlen dividirt, und ſtatt derſelben die Zahlen 2366 und 3 erhält; wo man nun etwas leichter die erſte Zahl durch die zweyte dividirt, und den Quotienten $788\frac{2}{3}$ findet.

Um aber das gemeinſchaftliche Maß leicht aufzufinden, merke man ſich die Vorſchrift:

2 iſt das Maß einer Zahl, wenn die letzte Ziffer 0, 2, 4, 6, 8 iſt;

3 oder 9 . . . . ., wenn die Querſumme der Ziffern durch 3 oder 9 aufgeht, wie in 246 oder 9657;

4 . . . . . ., wenn die beyden letzten Ziffern durch 4 aufgehen;

5 . . . . . ., wenn die letzte Ziffer 0 oder 5 iſt;

8 . . . . . ., wenn die 3 letzten Ziffern durch 8 aufgehen.

Das gemeinſchaftlich größte Maß endlich findet man, wenn man die größere Zahl durch die kleinere dividirt; dann den vorigen Diviſor durch den erhaltenen Reſt u. ſ. w. auf gleiche Weiſe immer fort dividirt, bis entweder die Diviſion aufgeht, oder 1 als Reſt bleibt. In jenem Falle iſt der letzte Diviſor das gemeinſchaftlich größte Maß, in dieſem Falle, wo man auf 1 als Reſt kömmt, haben die Zahlen kein ſolches Maß. In unſerem vorigen Beyſpiele dividire man 9464 durch 12; der Quotient iſt 788

und der Reſt iſt 8; dadurch 12 dividirt, hat man den einen Reſt 4; da nun dieſer Reſt den vorigen Dividend 8 genau theilt; ſo iſt 4 das gemeinſchaftlich größte Maß.

Probe über die Diviſion.

§. 27. 1. Wenn man das aus zwey Faktoren erhaltene Produkt durch einen Faktor dividirt; ſo kömmt, wenn man recht multiplizirt hat, der andere Faktor als Quotient wieder zum Vorſchein, — und wenn man den ganzen Quotienten mit dem Diviſor multiplizirt; ſo kömmt bey richtig vollendeter Diviſion der Dividend wieder heraus. Dieß die 2 wahren mathematiſchen Proben über Multiplikation und Diviſion! In Anſehung der letzteren bemerke man noch, daß es, wenn die Diviſion nicht aufging, gut iſt, wenn man mit dem Quotienten, inſofern er eine ganze Zahl iſt, den Diviſor multiplizirt, und zum Produkte den bekannten Reſt, den die Diviſion ließ, addirt. So erhielten wir gleich oben unter c) den Quotienten $788\frac{2}{3}$. Man multiplizire nun 788 mit 3, dieß giebt 2364, wozu der Reſt 2 addirt den Dividend 2366 giebt.

2. Man kann auch hier die Neunerprobe wieder mit Leichtigkeit anwenden: wenn nämlich die Diviſion aufgieng; ſo betrachte man den Quotienten und den Diviſor wie die 2 Faktoren in der Multiplikation, und den Dividend wie das Produkt, und ſtelle die Neunerprobe gerade ſo an, wie bey der Multiplikation gelehrt wurde.

Im Beyſp. unter 1) im vorigen §. giebt der Dividend 63 durch Zuſammenzählung 9 oder 0, aber 2 + 1 = 3 und 3. 3 = 9, oder 0. Im Beyſp. unter 4) giebt der Dividend nach Wegwerfung der Neuner 6 zum Reſt; aber auch 3 und 8 aus dem Diviſor und Quotus mit einander multiplizirt geben 24, welches ebenfalls durch Zuſammenzählung = 6 iſt.

Wenn aber ein Reſt in der Diviſion geblieben war; ſo ziehe man erſt dieſen Reſt vom Dividende ab, und verfahre dann, wie vorher. Im Beyſp. unter 6) ziehe man 230 von 897400 ab, ſo hat man 897170; dieß giebt nach Wegwerfung der Neuner den Reſt 5; der Diviſor 365 giebt 5, der Quotient 2458 giebt 1 als Reſt; aber 5 × 1 iſt auch = 5.

Wem darum zu thun iſt, daß er, auch ohne immer mühſame Fertigung eines Tarifs, bey einer wichtigen Diviſion nicht irre, dem rathe ich wieder, über jede einzelne, beym Dividiren vorgenommene Multiplikation ſogleich die Neunerprobe, eben ſo über jede einzelne Subtraktion die oben gezeigte Probe, und zuletzt über das Ganze die Neunerprobe anſtelle. Wer nur etwas Fertigkeit im Rechnen erlangt hat, wird das Verfahren nicht für ſo mühſam halten, als die Anſtellung der Probe durch Multiplikation, wobey man ſich abermals irren kann.

Der gemeinen Rechenkunſt
Dritter Abſchnitt.
Vom Rechnen mit Brüchen.

I. Vom Rechnen mit gemeinen Brüchen.

§. 28. **Brüche abzukürzen.** Man dividire Zähler und Nenner mit dem gemeinſchaftlichen, oder dem gemeinſchaftlich größten Maße; ſo iſt $\frac{16}{32} = \frac{2}{4}$. wenn man durch 8, und noch kürzer $= \frac{1}{2}$, wenn man durch 16 dividirt

Gemeine Brüche in gleiche Zehntheilige zu verwandeln. Man dividire den Zähler, dem man willkührlich viele Decimalnullen beyſetzt, wirklich durch den Nenner. Z. B. es ſey $\frac{3}{4}$ ſo zu verwandeln; man ſetze $\frac{3{,}00\ldots}{4}$, und ſpreche 4 iſt in 3 omal enthalten, 4 in 30 aber 7mal, und in 20 5mal; ſo hat man den Quotienten $0{,}75 = \frac{3}{4}$.

Geht die Diviſion nicht ſogleich, oder wohl gar nicht auf; ſo kann man Decimalziffern ſuchen, ſoviele man will; ſo iſt $\frac{34}{7} = \frac{34{,}000\ldots}{7} = 4{,}85\ldots$ Hieraus erhellt zugleich, wie man jede Diviſion, die nicht aufgeht, dadurch fortſetzen kann, daß man nach dem Quotienten als ganzer Zahl einen Strich, und zum jedesmaligen Reſte eine Null ſetzt; ſtatt nämlich

zu ſagen $\frac{34}{7} = 4\,\frac{6}{7}$, ſetzt man $\begin{array}{r|l} 34 & \underline{7} \\ 28 & 4{,}8\ldots \\ 60 & \end{array}$ u. ſ. w.

Eine gemiſchte Zahl auf einen uneigentlichen Bruch zu bringen und umgekehrt. Man multiplizire die ganze Zahl mit dem Bruchs-Nenner, addire dazu den Zähler, und ſchreibe den Nenner wieder unter, z. B. $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$; ſo wie umgekehrt der unächte Bruch $\frac{15}{4}$ wieder gleich $3\frac{3}{4}$ gefunden wird, wenn man den Zähler wirklich durch den Nenner dividirt.

Regeln über die Addition und Subtraktion der Brüche.

§. 29. **Erſte Regel.** Soll zu einer ganzen Zahl ein Bruch addirt, oder von jener abgezogen werden; ſo verfahre man auf die im vorigen §. zuletzt angegebene Weiſe, indem man nämlich entweder zum Produkte aus der ganzen Zahl in den Bruchsnenner den Zähler addirt, oder davon abzieht. Z. B. $4 + \frac{2}{9} = \frac{38}{9}$; aber $4 - \frac{2}{9} = \frac{34}{9}$.

Zweyte Regel. Um Brüche mit einerley Nenner zu addiren; addirt man nur ihre Zähler, und giebt der Summe denſelben Nenner. Z. B. $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1$.

Haben die Brüche aber nicht einerley Nenner; ſo muß man ſie dadurch auf einerley Nenner bringen, daß man den Zähler jedes Bruches mit allen übrigen Nennern, nur nicht mit dem ſeinigen, multipli-

zirt, dieſe Zähler dann addirt, und der Summe das Produkt aus allen Nennern unterſchreibt. Z. B. $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3.5 + 1.4}{4.5} = \frac{15 + 4}{20} = \frac{19}{20}$. Bey der Subtraktion muß der ſo erhaltene letzte Zähler nur abgezogen, ſtatt addirt werden; ſo iſt $\frac{5}{7} - \frac{1}{2} = \frac{10 - 7}{14} = \frac{3}{14}$; oder $2\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{20-6}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$. Eben ſo, wenn man mehrere Brüche zu addiren hat, z. B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{1.5.3 + 3.2.3 + 2.2.5}{2.5.3} = \frac{15 + 18 + 20}{30} = \frac{53}{30} = 1\frac{23}{30}$.

Erleichterungsmittel. 1. Man kann oft den kleineren Nenner zum größten dadurch erheben, daß man jenen mit einer Zahl multiplizirt; in welchem Falle man auch jedesmal den Zähler mit derſelben Zahl multipliziren muß; z. B. $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \frac{2.3}{3\,3} + \frac{4}{9} = \frac{6+4}{9}$.

2. Bey mehreren gegebenen Brüchen ſucht man den gemeinſchaftlichen kleinſten Nenner auch dadurch, daß man die Nenner, welche ſich gegeneinander aufheben, ganz wegläßt, und dafür blos das gemeinſchaftlich größte Maß ſetzt; andere aber durch das gemeinſchaftliche Maß abkürzt. Die neuen Quotienten und Nenner, die wieder ein gemeinſchaftliches Maß haben, kürzt man nochmals ab. Man habe z. B. die Brüche: $\frac{1}{8} + \frac{7}{9} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{4}{15} + \frac{8}{25}$; man

laſſe 9 und 3 weg; dividire 8 und 6 durch 2, und 15 und 25 durch 5; ſo hat man die neuen Nenner 4,3,2,3,3,5,5 indem man nämlich auch die gemeinſchaftlichen Maße 2 und 5 mit dazu nimmt. Allein man hat 3 ſtatt 6 und auch 3 ſtatt 15, dieſe 2 Quotienten kann man alſo weglaſſen und blos das Maß 3 ſetzen. Man hat alſo 4,2,3,3,5,5. Dieſe Zahlen geben den neuen gemeinſchaftlichen Nenner 1800. Um nun auch die neuen Zähler zu finden, dividire man 1800 durch jeden ungeänderten Nenner jener Brüche, und multiplizire den Quotienten mit dem Zähler jedes Bruches. So giebt 1800 durch 8 dividirt die Zahl 225, als erſten neuen Zähler; ferner 1800 durch 9 dividirt giebt die Zahl 200, welche mit der Ziffer 7 multiplizirt den 2ten neuen Zähler 1400 giebt; — auf dieſelbe Art ſind die folgenden Zähler 1500, 1200, 480, 576, deren Summe = 5381, folglich die Summe aller obigen Brüche iſt gleich $\frac{5381}{1800}$, oder $2\frac{1781}{1800}$. Hiebey iſt noch zu merken, daß die gemeinſchaftlichen Maße keine Abkürzung leiden.

B. Regeln über die Multiplikation mit Brüchen.

§. 30. Erſte Regel. Um Bruch mit Bruch zu multipliziren; multiplizire man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner, und ſchreibe dieſes Produkt unter jenes; ſo iſt $\frac{3}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{56}$.

Zweyte Regel. Um eine ganze oder gemiſchte Zahl mit einem Bruche zu multipliziren; multiplizire man blos den Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl und ſchreibe den Nenner unter; aber

die gemiſchte Zahl verwandle man in einen unächten Bruch, und multiplizire dann nach der 1ſten Regel; ſo iſt $3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$; und $1\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{7}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$.

C. Regeln über die Diviſion mit Brüchen.

§. 31. Erſte Regel. Man dividirt Bruch durch Bruch, wenn man jeden Zähler mit des anderen Bruchs-Nenner multiplizirt, und letzteres Factum dem erſteren unterſchreibt; z. B. $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2.4}{3.5} = \frac{8}{15}$.

Zweyte Regel. Man dividirt eine ganze Zahl durch einen Bruch, wenn man deſſen Nenner mit der ganzen Zahl multiplizirt, und den Zähler zum Nenner jenes Produktes macht; ſo iſt $3 : \frac{3}{4} = \frac{12}{3} = 4$.

Aber ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, indem derſelbe Zähler des Bruches bleibt, und blos der Nenner mit der ganzen Zahl multiplizirt wird; ſo iſt $\frac{3}{4} : 3 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; eben ſo $3\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2} = \frac{15}{4} : \frac{5}{2}$ ꝛc.

II. Vom Rechnen mit zehntheiligen Brüchen.

A. Regel über die Addition und Subtraktion.

§. 32. Man ſchreibe die Ziffern ihrem Generalwerthe nach richtig untereinander; Ganze unter Ganze; Zehntel unter Zehntel u. ſ. w. und addire dann, oder ſubtrahire wie bey ganzen Zahlen.

Beyſpiele.

1) 3,209	2) 6 23	3) 2,4 . .
18,9387	0,94	0,732
22,1477 Summe.	5,29 Differ.	1,668 Differ.

Hiebey iſt blos zu bemerken, daß wenn man, wie im Beyſp. 3 geltende Ziffern im Subtrahend hat, welchen keine geltenden Ziffern im Minuend entſprechen, man deſſen fehlende Stellen durch Nullen ergänzt denken müſſe. Man ſpricht in unſerem Beyſpiele 2 von 10 —, und 3 von 9 ꝛc.

B. Regel über die Multiplikation.

§. 33. Man multiplizire, um die Striche unbekümmert, wie bey ganzen Zahlen, und ſchneide im erhaltenen Produkte von der Rechten zur Linken ſoviele Stellen ab, als in beyden Faktoren Dezimalſtellen vorhanden ſind.

Beyſpiele.

3 × 0,4 = 1,2. Eben ſo	2,4	oder 0,23
	3,5	0,06
	120	0,0138.
	72	
	8,40	

Das letzte Beyſpiel zeigt, daß man bey 138 vier Dezimalſtellen abſchneiden muß; da man nun nur 3 Stellen gegeben hat; ſo mußte die 4te zur Linken durch 0 ergänzt werden.

C. Regeln über die Diviſion.

§. 34. Erſte Regel. Wenn der Dividend und der Diviſor eine gleiche Anzahl von Dezimalſtellen haben; ſo dividire man wie bey ganzen Zahlen; der Quotient iſt eine ganze Zahl; z. B. 0,4 : 0,2 = 2 Ganze. Bleibt aber ein Reſt; ſo kann man, wie im §. 28 gezeigt wurde, die Diviſion fortſetzen, und noch mehrere Dezimalziffern zur ganzen Zahl finden; z. B wenn man 3,45 durch 0,02 dividiren ſoll; ſo iſt es einmal eben ſoviel, als man ſollte 345 durch 2 dividiren; man erhält 122 Ganze; allein weil 1 als Reſt bleibt; ſo ſetze man ihm eine Null an, und man erhält 5; der ganze Quotient iſt alſo 122,5.

Zweyte Regel. Hat der Dividend mehrere Dezimalſtellen als der Diviſor, ſo betrachte man dieſen als ganze Zahl, und rücke auch den Strich im Dividend gegen die Rechte hin um ſoviele Stellen fort, als der Diviſor Dezimalſtellen hat; z. B.

man ſoll 0,623 durch 0,2 dividiren, was eben ſoviel iſt, als 6,23 durch 2 zu dividiren; man findet daher bey fortgeſetzter Diviſion den Quotus 3,115.

Zuſatz. Iſt daher der Diviſor eine ganze Zahl; ſo dividirt man ganz ſo, wie das vorige Beyſpiel zeigt; z. B. 0,34 dividirt durch 2 giebt zum Quotienten 0,17.

Dritte Regel. Wenn aber der Diviſor mehrere Dezimalſtellen als der Dividend hat; ſo ſetzt man dieſem rechts ſoviele Nullen bey, als mehrere Dezimalſtellen im Diviſor ſind, und dividirt dann, wie bey ganzen Zahlen; z. B. 4,2 dividirt durch 0,002 iſt eben ſoviel, als 4200 dividirt durch 2; der Quotus iſt alſo 2100 Ganze.

Zuſatz. Wenn daher der Dividend eine ganze Zahl iſt; ſo hat man nach Anſetzung der Nullen eine ganz gewöhnliche Diviſion, z. B. 95 durch 0,3 zu dividiren: man ſetze 950 | 3 / 316,66... wo die beyden letzten Ziffern durch Fortſetzung der Diviſion gefunden werden.

Anmerkung. Wenn man auf ſehr kleine Theile eines Ganzen gekommen iſt, und man dieſe vernachläßigen will; ſo muß man die nächſte noch beyzubehaltende Ziffer um Eins vermehren oder erhöhen, ſobald die wegzulaſſende größer als 5 iſt; z. B. in der Dezimalzahl 24,038 ſoll 24 ganze Fuße, folglich die Ziffer 8 nur 8 Tauſendtheilchen eines Fußes bedeuten; ſo kann man offenbar dieſe 8 vernachläßigen; allein dagegen muß man 3 um 1 erhöhen,

oder ſchreiben 24,04. Dieß Erhöhen geht nicht an, ſobald die wegzulaſſende Ziffer kleiner als 5 iſt; z. B. wenn man in 24,034 die Ziffer 4 weglaſſen will; ſo muß man ſetzen: 24,03.

Der gemeinen Rechenkunſt
Vierter Abſchnitt.

Von den Potenzen und Wurzeln.

§. 35. Ein jedes Produkt, welches man erhält, wenn man eine Zahl immer nur mit ſich ſelbſt multiplizirt, heißt Potenz dieſer Zahl; und zwar die zweyte Potenz oder das Quadrat, wenn ich eine Zahl einmal mit ſich ſelbſt multiplizire; ſie heißt die dritte Potenz oder der Würfel (Cubus), wenn ſie dadurch entſteht, daß man eine Zahl zweymal mit ſich ſelbſt, oder das Quadrat der Zahl nochmals mit der einfachen Zahl multiplizirt. So erhält man z. B. aus 3×3 das Quadrat 9; und aus $3 \times 3 \times 3$, oder aus 9×3 den Würfel 27 der Zahl 3. Auf gleiche Weiſe entſtehen auch die Bruchpotenzen,

z. B. $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ giebt das Quadrat $\frac{9}{16}$; oder $0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}2$ giebt den Würfel 0,008.

Dieſe ſo mit ſich ſelbſt multiplizirten Zahlen heißen die **Wurzeln**; aus dieſen Wurzeln die Potenzen erzeugen, nennt man das **Erheben zur Potenz**, und aus den gegebenen Potenzen die Wurzeln, oder Wurzelzahlen wieder auffinden, heißt das **Wurzelausziehen**.

I. Vom Erheben zur Potenz.

§. 36. Folgendes Täfelchen ſtellt die Quadrate und Würfel der erſten natürlichen oder einziffrigen Zahlen vor.

Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrate	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Würfel.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Um eine jede andere mehrziffrige Zahl zum Quadrat oder zum Würfel zu erheben, multiplizire man ſie mit ſich ſelbſt; ſo hat man das Quadrat. Dieſes nochmals mit der Wurzel multiplizirt, giebt den Würfel: So iſt $12 \times 12 = 144$, und dieſes Quadrat 144 nochmals mit 12 multiplizirt giebt 1728 als Würfel von 12. Auf gleiche Weiſe verfährt man mit Brüchen, wie oben ſchon bemerkt worden.

Wenn eine Zahl Nullen angehängt hat; ſo erhebt man nur die durch die geltenden Ziffern ausgedrückte Zahl, wie vorhin, und ſetzt dieſer Potenz zur Rechten für jede Null in der Wurzel 2 Nullen im Quadrate, 3 Nullen aber im Würfel an. So iſt in 20 das Quadrat von 2 die Zahl 4, daher

das Quadrat von 20 die Zahl 400, aber der Würfel von 20 iſt 8000. Das Quadrat von 12 iſt 144, daher das Quadrat von 1200 = 1440000, und der Würfel von 1200 iſt 1728000000.

II. Von der Quadrat-wurzel-ausziehung.

§. 37. Die Wurzeln aus wahren ein- oder zweyziffrigen ganzen Quadratzahlen ſtellt obiges Täfelchen vor. Soll man aber aus einer mehrziffrigen Zahl z. B. aus 86493 die zweyte Wurzel oder die Quadratwurzel ausziehen; ſo verfahre man nach folgenden Vorſchriften:

1) man theile die gegebene Zahl von der Rechten zur Linken in Klaſſen, indem man 2 Ziffern, ſoviel es reicht, zur Klaſſe rechnet; man hat alſo in unſerem Falle 3 Klaſſen 8. 64. 93.

2) Man ſehe im obigen Täfelchen, welches Quadrat der Zahl 8 in der erſten Klaſſe entweder gleich iſt, oder am nächſten kömmt; dieſes Quadrat iſt 4 und ihre Wurzel 2, welche man ſich bemerkt.

3) Man ziehe jene Quadratzahl 4 aus dem Täfelchen von unſerer Zahl 8 ab, und ſetze zum Reſte 4 ſoviele nachfolgenden Ziffern aus unſerer Zahl, als man Klaſſen hat, die letzte Klaſſe nicht mitgerechnet; wir haben alſo 464 zu ſetzen.

4) Dieſe Zahl dividire man durch den Unterſchied zwiſchen jener Tafelquadratzahl 4 und dem eben dort nächſthöheren Quadrate 9, alſo durch 5. Der Quotient, hier 92, wird wegen des Reſtes im-

mer lieber um 1 erhöht, oder 93 genommen. Setzt man nun dieſes 93 an jene oben gefundene Wurzel 2; ſo hat man 293.

5) Durch dieſe ſo gefundene Zahl dividire man die vorgegebene 86493. Der Quotus iſt 295 ohne Berückſichtigung des Reſtes 58.

6) Der Unterſchied zwiſchen dieſem Quotus und dem Diviſor iſt 2, deſſen Hälfte 1, welche zur kleineren Zahl 293 addirt ſehr nahe die wahre 2te Wurzel, nämlich 294 aus unſerer Zahl vorſtellt. Denn unſere Zahl, durch 294 dividirt giebt zum Quotus wieder 294 mit dem Reſte 57.

7) Will man dieſe Wurzel noch näher ausdrücken; ſo verdopple man die Wurzel 294, erhöhe die Zahl 588 um 1, und ſetze dieſe Zahl 589 als Nenner unter jenen zuletzt erhaltenen Reſt 57; ſo hat man die geſuchte Wurzel zunächſt $= 294\frac{57}{589}$.

Zuſatz. 1. Will man die 2te oder 3te Wurzel aus einem gemeinen Bruche, ſo muß man auf gleiche Weiſe ſowohl aus Zähler, als aus Nenner die verlangte Wurzel ziehen; ſo iſt aus $\frac{9}{16}$ die Quadratwurzel $\frac{3}{4}$, und eben dieſe Zahl iſt die Cubikwurzel aus $\frac{27}{64}$.

Zuſatz. 2. Soll aus einer Dezimalzahl die Wurzel ausgezogen werden; ſo thut man dieß, wie bey ganzen Zahlen: nur bemerke man, daß man die Ziffern der Ganzen, wie vorhin, aber die Ziffern der Dezimalen von der Linken zur Rechten in Klaſſen abtheile; wobey man die letzte Klaſſe durch Nullen zuweilen ergänzen muß. Die Dezimalzahl 245,32456 wird für die Quadratwurzel

ausziehung ſo getheilt: 2.45.,32.45.60., für die Cubikwurzelausziehung ſo: 245.,324.560.

Anmerkung. a Wenn jener Unterſchied zwiſchen dem Diviſor und dem Quotienten, welcher in unſerem obigen Beyſpiele 2 war, nur = 1 iſt; ſo vernachläßigt man die Hälfte $\frac{1}{2}$, und ſieht die kleinſte beyder Zahlen als wahre geſuchte Wurzel an.

b) Wäre aber eben dieſe Differenz eine ungerade Zahl z. B. 3, deren Hälfte alſo $1\frac{1}{2}$; ſo wird dieſer Bruch $\frac{1}{2}$ vernachläßigt.

c) Jener erſte Diviſor, welcher in unſerem Falle unter 5) die Zahl 293 war, muß jedesmal aus ſovielen Ziffern beſtehen, als man Klaſſen hat; wo nicht, ſo muß ihm eine Null angehängt werden.

Beyſpiel 2. Man ſoll aus 1.07.64.00 die Quadratwurzel ausziehen. Man hat 4 Klaſſen, und die Quadratwurzel aus der erſten Klaſſe 1 iſt ſelbſt 1. Da nun kein Reſt bleibt; ſo dividire man, da man 4 Klaſſen hat, die folgende 3ziffrige Zahl 076 durch den Unterſchied zwiſchen 1 und der nächſten Quadratzahl 4; der Quotus iſt 025, welche Zahl zu jener erſten Wurzel 1 geſetzt den erſten Diviſor 1025 unſerer Zahl giebt. Der Quotus hieraus iſt 1050 und die Differenz zwiſchen dieſer Zahl und dem Diviſor iſt 25, die Hälfte $12\frac{1}{2}$; addirt man alſo 12 zu 1025; ſo iſt die Zahl 1037 ſehr nahe die geſuchte Wurzel Denn dadurch unſere Zahl 1076400 dividirt, erhält man zum Quotus wieder dieſelbe Zahl 1037 mit dem Reſte 1031, mit dem man wie oben unter 7) verfahren kann.

Beyſpiel 3. Wenn man aus der Zahl 5499025 die Quadratwurzel ziehen ſoll; ſo findet man als er-

ſten Diviſor die Zahl 229. Allein da man 4 Klaſſen hat; ſo muß man 2290 als erſten Diviſor unſerer Zahl nehmen nach obiger Anm. unter c).

III. Von der Cubikwurzelausziehung.

§. 38. Es werde die dritte oder Cubikwurzel aus 43.241.792 verlangt. Man theile 1) wie vorhin, aber 3 Ziffern zur Klaſſe rechnend. Man ſuche 2) aus obigem Täfelchen wieder die der erſten Klaſſe 43 nächſte Cubikzahl 27, deren Wurzel 3 iſt, und die von 43 abgezogen, die Differenz 16 giebt. — 3) Zu dieſem Reſte ſetze man, weil man nur 3 Klaſſen hat, blos die 2 nächſten Ziffern unſerer Zahl; ſo erhält man 1624, welche Zahl nun durch die Differenz 37 zwiſchen 27 und der nächſt größeren Würfelzahl 64 im Täfelchen dividirt werden muß. Der Quotient iſt 43, den man aber, wie oben, um 1 vermehrt. — 3) Dieſe Zahl 44 ſetze man an die vorige gefundene Wurzelzahl 3, und dividire nun unſere vorgegebene Zahl durch dieſen erſten Diviſor 344; man findet als Quotienten die Zahl 365. — 5) Zieht man nun 344 von 365 ab, und nimmt von der Differenz 21 den 3ten Theil, alſo 7, ſo findet man, dieſes 7 zu 344 hinzugethan ſehr nahe die geſuchte Wurzel 351, was man dadurch erproben kann, daß man die gegebene Zahl durch 351 dividirt, und den gefundenen Quotienten als ganze Zahl nochmals durch dieſelbe Zahl 351 dividirt. Dieſer zweyte Quotient iſt 350, den man, als kleinere Zahl für die wahre geſuchte Wurzel nimmt.

Anmerkung. a) Wäre der letzte zweyte Quotient viel kleiner, als der erſte Diviſor, z. B. wäre er 345, alſo um 6 kleiner geweſen als 351; ſo hätte man deſſen Drittel, hier 2 nehmen, dieſes von 351 abziehen müſſen, wo denn 349 als die geſuchte Wurzel zu betrachten geweſen wäre.

b) Will man der gefundenen Wurzel, wie oben, einen Bruch beyfügen; ſo muß man die Differenz zwiſchen der gegebenen Zahl, aus der man die Wurzel auszog, und dem Würfel der gefundenen Wurzel zum Zähler, zum Nenner aber die Summe machen, welche man erhält, wenn man zur 3fachen gefundenen Wurzel ihr 3faches Quadrat und die Einheit addirt.

Beyſpiel 2. Man ſoll die Cubikwurzel aus 12.895.213 625 finden. Der an 12 nächſte Würfel iſt 8, deſſen Wurzel 2 und deſſen Differenz rückſichtlich des nächſt höheren Würfels 27 iſt 19. Der Unterſchied zwiſchen 12 und 8 iſt 4 zu dieſem die 3 folgenden Ziffern geſetzt, muß man 4895 durch 19 dividiren. Man ſetze dem um 1 erhöheten Quotienten 257 obige Wurzel 12 vor, und dividire unſere Zahl durch 2258, den erſten Quotienten 5710900 dann nochmals durch eben dieſelbe Zahl; man findet den 2ten Quotienten 2529. Die Differenz zwiſchen dieſem und 2258 iſt 271, ihr Drittel 90. Dieſes zu 2258 hinzugethan, erhält man ziemlich nahe die wahre Wurzel 2348 unſerer Zahl. Um aber dieſe noch näher zu finden, dividire man unſere Cubikzahl zweymal durch 2348. Der zweyte Quotient 2339 iſt um 9

kleiner, als unſer Diviſor; zieht man nun das Drittel oder 3 von 2348 ab; ſo erhält man die wahre verlangte Wurzel 2345 ganz genau.

Der gemeinen Rechenkunſt

Fünfter Abſchnitt.

Von der Eintheilnng der gezählten Größen, der Verwandlung benannter Zahlen verſchiedener Art ineinander und dem Rechnen mit denſelben.

§. 39. Das Rechnen mit benannten Zahlen, z. B. beſtimmten Zahlen von Gulden, Fußen, Pfunden u. d. gl. ſetzt vor Allem eine genaue Kenntniß der durchaus willkührlichen Eintheilung ſolcher gezählten Größen voraus. Nach dieſer Kenntniß iſt es leicht, jede dieſer benannten Zahlen in eine andere gleiche von niederer oder höherer Art zu verwandeln, und alle bisher gelehrten Rechnungsarten auch bey dem Rechnen mit benannten Zahlen verſchiedener Art richtig anzuwenden. Wir wollen hier dieſe 3 Gegenſtände miteinander verbinden.

Erſtens vom Längenmaße.

§ 40. Der Würzburger Fuß oder Schuh wird als die Haupteinheit betrachtet, wodurch die Größe der übrigen bey uns üblichen Längenmaße beſtimmt wird. Dieſe ſind die **Ruthe**, welche 12 Fuße hält, die **Elle**, welche beynahe gleich iſt 2 Schuhen, und das **Klafter** welches 6 Fuß hält. Man theilt den Schuh wieder in 12 gleiche Theile, welche **Zolle** heißen, und den Zoll wieder in 12 **Linien** oder erſte **Skrupeln**.

Dieſe Eintheilung von 12 zu 12 heißt die **Duodezimal-** oder **zwölftheilige** Eintheilung, welche der Handwerker wählt. Der Feldmeſſer legt dieſelbe Ruthenlänge von 12 Fußen zum Grunde, theilt aber übrigens von 10 zu 10, oder wählt zur leichteren Rechnung die **zehntheilige Eintheilung**, indem er die Ruthe in 10 Fuß, den Fuß in 10 Zoll u. ſ. w. theilt. Beyde Eintheilungen und die Verwandlung dieſer Größen ineinander mit ihren Zeichen ſtellt folgendes Täfelchen vor:

Ruthe °	Fuß ′	Zoll ″	Linien ‴
1 Ruthe	12 10	144 100	1728 1000
	1 Fuß	12 10	144 100
		1 Zoll	12 10

Es ſind alſo für den Handwerker 5 Ruthen, oder $5^\circ = 144 \times 5 = 720''$. Eben ſo, wenn er

3° 2′ 4″ in Zolle verwandeln will; ſo wird er 144 mit 3, dann 12 mit 2 multiplizİren, endlich 4 addiren; ſo wird jene Zahl = 432 + 24 + 4 = 460″. Aber der Feldmeſſer verfährt bey dieſen Verwandlungen weit ſchneller; um jene 5 Ruthen in Zolle zu verwandeln, ſetzt er nur der Ziffer 5 zwey Nullen an. Und im zweyten Falle ſchreibt er die Ziffern nebeneinander und behält das Zeichen der niedrigſten Art bey; ſo ſind nach ſeiner Eintheilung 3° 2′ 4″ = 324″.

Und umgekehrt, um zu wiſſen, wieviele Zolle, Schuhe, Ruthen in einer ſolchen Anzahl von Zollen enthalten ſeyen, ſetzt der Feldmeſſer nur rückwärts die höhere Zeichen auf; nämlich 324″ = 3° 2′ 4″. Nicht minder verſteht er jede Dezimalzahl, wie dieſe 3°,24. es bedeutet nämlich dieſe Zahl 3°,2 Zehntels Ruthen oder 2′ und 4″. Will daher endlich der Feldmeſſer wiſſen, wieviele ganze Ruthen z. B. in 3425′ ſtecken; ſo müßte er durch 10 dividiren; er rückt alſo blos den Strich um eine Stelle gegen die Linke hin; ſo hat er 342°,5 oder 342°5′. Schwerer ſind dieſe Verwandlungen für den Handwerker, welcher durch 12 dividiren muß; indem 1° = 12′; dieſer findet 285 und $\frac{5}{12}$ Ruthen, oder 285° 5′.

Will der Feldmeſſer mehrere ſolcher verſchiedenartiger Zahlen addiren, oder voneinander ſubtrahiren; z. B. 4° 3′ 5″ + 2° 4′ 8″; ſo kann er entweder für die niedrigſte Art ſetzen 435″ + 248″, oder für die höchſte 4°,35 + 2°,48; in beyden Fällen hat er, wie bey Dezimalzahlen ſchnell die Summe 6°,83, oder 6°8′3″. Eben ſo kann er die Subtraktion ge-

rade ſo vollenden, wie wir oben bey der Dezimalrechnung gelehrt haben.

Allein der Handwerker muß 1) bey dem Addiren und Subtrahiren die Zahlen ſo ſetzen, wie folgende Beyſpiele zeigen:

	$3^\circ\ 11'\ 5''$		$4^\circ\ 3'\ 5''$
	$2^\circ\ 5'\ 9''$		$2^\circ\ 4'\ 8''$
Summe.	$5^\circ\ 26'\ 14''$.	Differènz.	$1^\circ\ 10'\ 9''$.
Beſſer.	$7^\circ\ 3'\ 2''$,		

Indem nämlich im erſten Beyſpiele $14'' = 1'\ 2''$ u. ſ. w. ſind; im zweyten Beyſpiel muß man immer eine Einheit höherer Art entlehnen, welche dann 12 Einheiten niederer Art ausmacht; ſo, daß man dann ſpricht 8 von 17; und 4 von 14.

Soll 2) der Handwerker eine ſolche Zahl, wie $3^\circ\ 11'\ 5''$ z. B mit 3 multipliziren; ſo multiplizirt er zuerſt $5''$, dann $11'$, dann 3°, er erhält auf dieſe Art $9^\circ\ 33'\ 15''$, oder durch Reduktion, wie oben in der Summe, $11^\circ\ 10'\ 3''$.

Will er 3) eine ſolche Zahl $11^\circ\ 10'\ 13''$ durch eine Zahl z. B. 3 dividiren; ſo geht er am kürzeſten ſo zu Werke: er dividirt durch 3 die erſte Zahl höchſter Art, hier 11°, der Quotient iſt 3° mit dem Reſte von 2°, dieſe machen $24'$, dazu $10'$ addirt, dividirt man nun die Summe 34 durch 3, ſo hat man $11'$; den Reſt $1' = 12''$ zu $3''$ addirt, hat man 15 noch durch 3 zu dividiren, was $5''$ giebt; der richtige Quotient iſt alſo $3^\circ\ 11'\ 5''$.

Der Feldmeſſer würde hier kurz geſetzt haben $4^\circ,15 \times 3 = 12^\circ,45$ und $\frac{12^\circ,45}{3} = 4^\circ,15$ nach den

Regeln der Dezimalrechnung. Will aber endlich der Feldmeſſer ſein erhaltenes Dezimalmaß auf das bürgerliche Maß bringen; ſo muß er bemerken, daß die Ruthen bleiben; aber daß 1 Dezimalfuß gleich ſey 1,2 Duodezimalfuß und 1 Dezimalzoll = 1,44 Duodezimalzoll. Er ſoll z. B. 16° 5′ 6″ Dezimalmaß im Duodezimalmaße ausdrücken; ſo läßt er die Ruthen ſtehen; aber 5′ 6″ = 56″, welche Zahl er mit 1,44 multipliziren muß, das Produkt giebt 80,64 Zolle. Dieſe Zahl durch 12 dividirt, findet man 6,72 Schuhe.

Anmerkung. 1. Soll irgend ein benannter Bruch z. B. $\frac{4}{5}$ in eine Zahl nächſt niederer Art verwandelt werden; ſo multiplizirt man blos den Zähler des Bruches mit derjenigen Zahl niederer Art, welche gleich iſt einer Einheit der gegebenen höherer Art; ſo wenn $\frac{4}{5}$° in Fuße ſoll verwandelt werden, ſo erhält man $\frac{24}{5}$′ = $4\frac{4}{5}$ Fuß. Eben ſo ſind oben jene $\frac{72}{100}$ Fuß $= \frac{72.12}{100} = 8,''64$, und $\frac{64''}{100} = \frac{64.12}{100} =$ 7,68 Linien; demnach iſt jene Zahl 16° 5′ 6″ im Duodezimalmaße gleich 16° 6′ 8″ und 8‴ beynahe.

Hätte $\frac{2}{5}$ Gulden bezeichnet; ſo hätte man, da 60 Kreuzer 1 fl., $\frac{2.60}{5} = \frac{120}{5} = 24$ kr.

Anmerkung. 2. Eine noch größere Einheit des Längenmaßes iſt die Meile, welche bey den Römern 1000 Schritte, oder 4545,13 franzöſiſche Fuße ausmachte. Bey uns iſt die Meile als Längenmaß von 2 Stunden bekannt. Die geographiſche

Meile aber rechnet man auf 23661 rheinländiſche oder 25262 Würzburger Fuße.

Zweytens vom Flächenmaße.

§. 41. Das Flächenmaß iſt das Quadratmaß überhaupt, der Quadratzoll, Quadratſchuh, die Quadratruthe, Quadratmeile. Darunter verſteht man ſolche Quadratflächenräume, deren jede Seite 1 Zoll, oder 1 Schuh, oder 1 Ruthe, oder 1 Meile lang iſt Wenn nun z. B. der Schreiner oder Tiſchler eine Stubenbodenfläche ausmeſſen will; ſo mißt er zwar die Länge und Breite des Bodens mit dem Längenmaße aus; allein das Produkt aus den erhaltenen Zahlen zeigt ihm an, wieviele Quadratfuße z. B. jene Bodenfläche halte.

Die Verwandlung der höheren Quadratmaße in die gleiche niederer Art ſtellt folgendes Täfelchen mit ihren Zeichen zugleich für die Dezimal= und Duodezimalabtheilung vor:

Quadratruthe □°	Quadratfuß □′	Quadratzoll □″	Quad. Linie □‴
1 Quadratruthe	144 100	20736 10000	2985984 1000000
	1 Quadratfuß	144 100	20736 10000
		1 Quadratzoll	144 100

Man ſetze, der Schreiner habe die Länge des Stubenbodens zu 16′ 5″; die Breite zu 15′ 2″ gefunden. Um nun beyde Zahlen miteinander zu mul-

tiplizirenˏ thut er dieß am leichteſten dadurchˏ daß er Alles in Zolle mit Hilfe jenes Täfelchens im §. 40. verwandelt; nämlich 16 × 12 und zum Faktum 5 addirt; eben ſo 15 × 12 + 2. Dadurch erhält man 197″ und 182″. Das Produkt 32578 aus dieſen Zahlen zeigtˏ daß jene Bodenfläche ſoviele Quadratzolle enthalte; nämlich Längenmaß mit Längenmaß multiplizirt giebtˏ wie man ſprichtˏ Flächenmaß; aber dieſes durch Längenmaß dividirtˏ giebt wieder Längenmaß.

Um nun zu findenˏ wieviele Quadratſchuhe in jenen Zollen ſtecken; muß manˏ weil 1 □′ = 144 □″ iſtˏ durch 144 die Zahl 32578 dividiren; man findet 226 □′ und 34 □″.

Sollen z. B. 3 Quadratruthen in Quadratfuß oder Quadratzoll verwandelt werden; ſo muß man 3 entweder mit 144 oder mit 20736ˏ wie obiges Täfelchen zeigtˏ multipliziren Der Feldmeſſer verfährt bey ſeiner Dezimaleintheilung auch hier wieder ſchnellerˏ indem er jener Ziffer 3 nur entweder 2 Nullenˏ oder 4 Nullen anhängtˏ um in Schuhe oder Zolle zu verwandeln. Eben ſoˏ wenn eine Dezimalzahl z B. 6,423 Quadratruthen bedeutetˏ weiß er ſogleichˏ wieviele ganze Quadratfuße oder Quadratzolle in dieſer Zahl enthalten ſindˏ indem er blos gegen die Linke hin von 2 Ziffern zu 2 Ziffern abtheiltˏ hier alſo am Ende noch eine Null beyfügt. Er erhält nämlich 42 □′ und 30 □″. oder zuſammen 64230 □″. Wenn er wieder eine ſolche Zahl gegen die Rechte hin zu 2 Ziffern abtheiltˏ und die ſtufenweiſe höheren Zeichen

aufſchreibt; ſo verwandelt er dieſe Zahl leicht wieder in 6 Quadratruthen 23 Quadratfuße und 30 Quadratzolle.

Eine hieher gehörige noch größere Einheit iſt der Morgen. Dieſer iſt bey uns durchaus auf 160 Quadratruthen geſetzt. Will nun der Feldmeſſer ein Stückchen Feld, das er in ſeinem Maße z. B. gleich 3 Morgen 83 Quadratruthen und 6 Quadratfuß gefunden hat, im bürgerlichen oder dem angenommenen Duodezimalmaße angeben; ſo bleibt ſowohl die Morgen als Ruthenanzahl; allein in Anſehung der Reduktion der Fuße hat er zu bemerken, daß 1 Quadratfuß nach dem zehntheiligen Maße gleich ſey 1,44 Quadratfuß nach der Duodezimaltheilung, und eben ſo 1 Quadratzoll in jenem Maße 2,0736 □″ in dieſem Maße mache. Er wird daher jene Zahl 6 mit 1,44 multipliziren müſſen.

Drittens vom Körpermaße.

§. 42. Das Maß für Körper iſt das Cubik- oder Würfelmaß, z. B. die Cubikruthe, oder der Cubikſchuh. Hierunter muß man ſich wieder einen würfligen Körper vorſtellen, deſſen jede Seite eine Ruthe, oder einen Schuh lang iſt. Mit einem ſolchen Körper wird jedoch ein vorgegebener Körper z. B. eine Mauer nicht unmittelbar ausgemeſſen, ſondern man mißt des Körpers Länge, Höhe oder Tiefe und ſeine Breite oder Dicke mit dem Längenmaße, und multiplizirt die erhaltenen Zahlen miteinander; das Produkt zeigt dann, wie groß der körperliche Inhalt z. B. der Mauer ſey. Fol-

gendes Täfelchen dient zur Verwandlung der deßfalls nöthigen Maße ineinander:

Cubikruthe	Cubikfuß	Cubikzoll	Cubiklinien
1 Cubikruthe	1728 1000	2985984 1000000	5159780352 1000000000
	1 Cubikfuß	1728 1000	2985984 1000000
		1 Cubikzoll	1728 1000

Geſetzt alſo, man habe die Länge einer Mauer = 2° 4′ oder = 28′, die Höhe = 5′ und die Dicke = 2 gefunden; ſo zeigt das Produkt aus dieſen 3 Zahlen, daß dieſe Mauer 280 Cubikfuße halte. Wollte man nun ſehen, wieviel dieß Cubikruthen mache; ſo müßte man nach dem Täfelchen jene Zahl eigentlich durch 1728 dividiren. Allein da gewöhnlich in den Akkorden mit unſeren Werkleuten für ein Stück Mauer 12′ lang, 12′ hoch oder tief und 1′ dick, was ſie eine Cubikruthe nennen, ein beſtimmter Preis bedungen wird; ſo muß man ſolche Zahlenprodukte, wie 280, nur durch 144 dividiren, wo man denn 1 Cubikruthe und 136 Cubikſchuhe findet.

Hiebey iſt nun wohl zu merken, daß, wenn man Alles genau mit dem Längenmaße ausgemeſſen, daher z. B. die Länge = 30′, die Dicke 1′½, die Höhe 6′ 7″ gefunden, dann dieſe Zahlen zum genauen Rechnen alle auf Zolle, nämlich 360″, 18″, 43″ reduzirt hätte; daß, ſage ich, man das Faktum aus dieſen Zahlen durch 248832 dividiren müßte, um die ganzen Cubikruthen zu finden. Wäre jenes Zahlen-

produkt in Cubiklinien ausgedrückt geweſen; ſo hätte man durch 42998696 dividiren müſſen.

Rückſichtlich der größeren Einheiten oder Maße iſt hier noch zu bemerken, 1) das Holzmaß oder die Holzeiche, welche für das Klafter Holz oder den Reif 5 Nürnberger Fuß hoch, und eben ſoviele breit iſt, ſo, daß das Klafter Holz, das 3′ lang iſt, 75 Cubikſchuh hat. 10 Waldreiſe machen in Würzburg 11 Karren.

2) Das Hohlmaß für flüßige Waare; das Fuder hat 12 Eimer, der Eimer 64 Eichmaß; — 3) Hohlmaß für trockene Waare. Das Kornmalter hat 8 Metzen, oder 2 Achtel, oder 32 Viertel, oder 128 ſechzehntheilige Mäßchen; das Hafermalter hält 12 Metzen.

Wir fügen noch einige andere Maße und Gewichte nach ihren Abtheilungen hier bey.

Papiermaß.

Ballen	Riß	Buch	Bogen Schreibpap.	Bogen Druckpapier
1 Ballen	10	100	4800	5000
	1 Riß	20	480	500
		1 Buch	24	25

Zeitmaß.

Jahr	Tag	Stunden	Minuten ′	Sekunden ″
1 Jahr 1 Schaltj	365 366	8760	525600	31536000
	1 Tag	24	1440	86400
		1 Stunde	60	3600
			1 Min.	60

Gewicht.

Zentner	Pfund	Loth	Quintchen
Zentner	100	3200	12800
	1 Pfund	32	128
		1 Loth	4

Teutſches Apothekergewicht.

Pfund	Unze	Loth	Drachme	Skrupel	Gran
1 Pfund	12	24	96	288	5760
	1 Unze	2	8	24	480
		1 Loth	4	12	240
			1 Drachme od. Quint.	3	60
				1 Skrupel	20

Cöllniſches Markgewicht.

Mark	Unzen	Loth	Karat	Quintl.	Pfenning	Gran	Eſchen	Richtpfenning
1 Mark	8	16	24	64	256	288	4352	65536
	1 Unze	2	3	8	32	36	544	8192
		1 Loth	$1\frac{1}{2}$	4	16	18	272	4096
			1 Karat	$2\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{3}$	12	$181\frac{1}{3}$	$2730\frac{2}{3}$
				1 Quintl.	4	$4\frac{1}{2}$	68	1024
					1 Pfenning	$1\frac{1}{8}$	17	256
						1 Gran	$15\frac{1}{9}$	$227\frac{5}{9}$
							1 Eſchen od. Aſſ	$15\frac{1}{17}$

Anmerkung. Die Güte des Silbers pflegt man durch den Ausdruck z. B. 11, 12, 13löthiges Silber, die des Goldes durch die Ausdrücke z. B. 16, 17, oder 18karätiges Gold zu bezeichnen. Erſteres will heißen, daß in einer Mark ſolchen Silbers nur 11 oder 12 Lothe feines Silber, daher 5 oder 4 Lothe Zuſatz, z. B. Kupfer, enthalten ſeyen. Das Zweyte will ſagen, daß z. B. das 18 karätige Gold von einer Maſſe oder Sorte Goldes genommen ſey, welches in 1 Mark ſtatt 24 nur 18 Karat reines oder feines Gold enthalte.

Der gemeinen Rechenkunſt
Sechſter Abſchnitt.

Von der goldenen Regel.

§. 43. Man ſagt, vier Zahlen ſeyen miteinander in Proportion, wenn die 4te um ſovielmal größer oder kleiner, als die 3te, um wievielmal die zweyte größer oder kleiner iſt, als die erſte. Man ſchreibt dieß ſo; $2 : 4 = 6 : 12$ und lieſt: 2 verhält ſich zu 4, wie 6 zu 12; denn gleichwie 4 das 2fache iſt von 2; ſo iſt auch 12 das 2fache von 6. Auch hätte

man eine Proportion, wenn man ſetzte: 4 : 2 = 12 : 6; denn 6 iſt gerade ſo die Hälfte von 12, wie 2 die Hälfte von 4 iſt.

Dieſe Zahlen ſelbſt nennt man auch die Glieder der Proportion, und zwar nach der Ordnung das erſte, zweyte, dritte, vierte Glied. Das erſte und vierte Glied, wie 2 und 12, heißen die äußerſten Glieder, das zweyte und dritte, wie 4 und 6, die mittleren Glieder. Das Produkt aus den äußerſten Gliedern iſt jedesmal gleich dem Produkte aus dieſen mittleren Gliedern; ſo iſt 2 × 12 = 24, aber auch 4 × 6 = 24.

Geſetzt nun, es ſey nicht die Rede von unbenannten, ſondern von benannten Zahlen, oder von gezählten Größen, und man will beurtheilen, ob auch dieſe in einer Proportion miteinander ſtehen, z. B. zwey beſtimmte Mengen von Waaren mit ihren beſtimmten Preiſen; ſo darf man nur fragen: zieht die vielfache Vermehrung oder Verminderung des einen Dinges z. B. der Waare auch die gleichvielfache Vermehrung oder Verminderung des anderen Dinges z. B. des Preiſes nach ſich? Sobald ich auf dieſe Frage bejahend antworten kann; ſo machen die 4 hier in Abſicht auf Waare und Preiſe benannten Zahlen eine Proportion gerade ſo gut, als die obigen 4 unbenannten Zahlen. So z. B. wenn 2 Pfunde einer Waare 6 Gulden koſten; ſo werden, wenn ich zweymal mehr Waare oder 4 Pfunde nehme, dieſe auch zweymal mehr Geld, oder 12 Gulden ſtatt 6 koſten.

Auch muß man wohl bemerken, daß in jeder Proportion, ſoll ſie wahr ſeyn, jedesmal, ſooft das zweyte Glied überhaupt größer oder kleiner, als das erſte iſt, auch das vierte überhaupt größer oder kleiner, als das dritte ſeyn müſſe. So iſt in unſerer obigen erſten Proportion 4 überhaupt größer als 2, allein auch 12 größer als 6; und in der anderen Proportion 4 : 2 = 12 : 6 iſt 2 überhaupt kleiner als 4; aber auch 6 kleiner als 12. Wenn nun in irgend einem Falle dieſe Anordnung der Zahlen oder Glieder einer Proportien nicht vorhanden iſt; ſo muß man die 2 erſten Glieder umwechſeln; hätte ich z. B. angeſchrieben: 1 : 3 = 18 : 6; ſo würde ich gleich bemerken, daß dieſes keine wahre Proportion ſeyn könne, indem das zweyte Glied 3 größer als 1, aber das vierte 6 kleiner iſt, als das dritte 18. Ich mache daher dieſen Fehler gut, wenn ich ſetze: 3 : 1 = 18 : 6; und nun iſt auch das Produkt aus den äußerſten Gliedern gleich dem Produkte aus den mittleren Gliedern, wie es bey einer wahren Proportion ſeyn muß.

Wenn man nun auf eine eben ſo leichte Weiſe in Anſehung benannter Zahlen oder gezählter Größen, wie vorhin, beurtheilen will, ob dieſe Verſetzung oder Verwechslung der zwey erſten Glieder vorgenommen werden müſſe, um eine wahre Proportion zu haben; ſo merke man ſich dieſe kurze Regel: Jene Verſetzung muß allzeit geſchehen, ſooft die Vermehrung des einen Dinges überhaupt die Verminderung des anderen Dinges, oder umgekehrt: die Verminderung des einen die Vermehrung des anderen nach ſich zieht. Wenn

ich z. B. zur Vollbringung deſſelben Geſchäftes mehr Arbeiter anſtelle; ſo brauchen dieſe weniger Zeit; und wenn ich mehr Zeit gebe, um das Geſchäft zu vollenden, ſo brauche ich offenbar eine kleinere Anzahl von Arbeiter anzuſtellen. Eben ſo, wenn ich breiteres Tuch zum Rock wähle; ſo brauche ich weniger Ellen. Man ſieht, in allen dieſen Fällen entſpricht der Vermehrung des einen Dinges die Verminderung des anderen, nnd umgekehrt.

Wenn nun 3 Glieder oder Zahlen einer Proportion gegeben ſind, und das vierte noch unbekannt iſt, oder geſucht werden ſoll; ſo nennt man den Satz, der dieß fordert, eine Aufgabe (Problem;) die Zahlen oder gezählten Größen, welche der Satz nennt, oder angiebt, heißen die Bedingungszahlen oder auch die bekannten Sätze, und die unbekannte vierte Zahl heißt die Fragzahl, oder der unbekannte Satz, den wir allzeit mit X bezeichnen. Wenn ich z. B. ſpreche: wenn 2 Pfund Zucker 6 Gulden koſten, wieviel koſten 4 Pfund Zucker? ſo iſt der ganze geſprochene Satz eine Aufgabe; die Zahlen 2, 6, 4, ſind die bekannten oder Bedingungszahlen, und X Gulden iſt die Fragzahl.

Die Regel nun oder Vorſchrift, die lehrt, wie man dieſe Fragzahl finden ſolle oder könne, heißt die goldene Regel, auch Regel de Tri; goldene darum, weil dieſe Regel ſo ſehr nützlich und leicht iſt, viele Aufgaben aufzulöſen, deren Auflöſung uns theils Vortheil, theils Vergnügen gewährt.

Wenn endlich die Aufgabe mehr als 3 bekannte oder Bedingungszahlen enthält, z. B. fünf, oder ſieben, oder neun bekannte Zahlen, und fordert, man ſolle die ſechſte, oder achte, oder zehnte unbekannte Zahl ſuchen; ſo nennt man die Regel, welche dieſe Aufgaben löſen lehrt, die zuſammengeſetzte goldene Regel, zum Unterſchiede von der vorhin erklärten, welche man auch die einfache goldene Regel nennt.

I. Von der einfachen goldenen Regel.

§. 44. Die einfache goldene Regel zur Auffindung des vierten unbekannten Gliedes einer Proportion heißt ſo:

Man multiplizire die zwey mittleren Glieder der Proportion miteinander, und dividire das Produkt durch das erſte Glied.

Hiebey merke man ſich aber noch folgende Vorſchrift:

1. Man ſetze die in der Aufgabe genannte Sätze nicht vermiſcht durcheinander, ſondern die gleichnamigen Sätze oder Glieder zunächſt nacheinander. Z. B. Arbeiter zu Arbeiter, Zeit zu Zeit. — Waare zu Waare und Preis zu Preis. Es ſey die Aufgabe: Wenn 6 Weber täglich 9 Ellen fertigen, wieviel Ellen werden täglich 8 Weber fertigen; man ſetze nicht: 6 Weber zu 9 Ellen, wie 8 Weber zu X Ellen, oder ohne Namen, 6 : 9 = 8 : X; ſondern des vernünftigeren Sinnes willen ſetze man 6 W. : 8 W. = 9 El. : X El., oder 6 : 8 = 9 : X.

2. Wenn man kann, ſo kürze man noch vor der Anwendung der goldenen Regel das erſte und zweyte, oder das erſte und dritte Glied einer ſo geordneten Proportion durch das gemeinſchaftliche größte Maß ab. Im vorigen Beyſpiele kann man 6 und 8 durch 2 abkürzen; man erhält alſo wieder die wahre Proportion $3 : 4 = 9 : X$; in dieſer läßt ſich nun wieder 3 und 9 durch 3 abkürzen, indem 3 in 3 einmal, und 3 in 9 dreymal geht; folglich hat man nun die Proportion $1 : 4 = 3 : X$, woraus man vermöge der goldenen Regel ſehr leicht $X = \frac{4 \times 3}{1}$ oder gleich 12 d. i. 12 Ellen findet.

3. Kommen in den vorhin genannten Gliedern, welche ſich gegeneinander abkürzen laſſen, Brüche mit einerley Nenner vor; ſo laſſe man gerade zu die Nenner weg; z. B. $\frac{1}{4}$ Pfund koſtet 3 Gulden, wieviel koſten $\frac{3}{4}$ Pfund? Man ſetze $\frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 3 : X$, oder kurz: $1 : 3 = 3 : X$; alſo $X = 9$; d. i. $\frac{3}{4}$ lb. koſten 9 fl. Wenn aber derley Brüche einerley Zähler haben; ſo laſſe man dieſe weg, und verwechsle die Nenner; wäre z. B die vorige Proportion dieſe geweſen: $\frac{3}{4} : \frac{3}{7} = 3 : X$; ſo hätte man kurz geſetzt: $7 : 4 = 3 : X$.

4. Wenn man prüfen will, ob man ſich nicht verrechnet, oder ob man die geſuchte Zahl richtig aufgefunden habe; ſo darf man nur ſtatt X die gefundene Zahl am 4ten Platz der Proportion ſetzen, und dann ſehen, ob auch das Produkt der äußerſten Glieder wirklich gleich ſey dem Produkte aus den mittleren Gliedern. So haben wir nur

ſo unter 3) $X = 9$ gefunden; man ſetze demnach $1 : 3 = 3 : 9$, wo $1 \times 9 = 3 \times 3$; alſo X richtig aufgefunden iſt.

Anwendung.

§. 45. Beyſpiel 1. Wenn 10 Menſchen täglich 9 lb. Brod verzehren, wieviel werden 16 Menſchen täglich verzehren? Man ſetze 10 M.: 16 M = 9 lb. : X lb. kürze die 2 erſten Glieder durch 2 ab; ſo hat man $5 : 8 = 9 : X$; alſo nach der goldenen Regel $X = \frac{8 \times 9}{5} = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5}$ lb. Wenn man nun dieſe Zahl ſtatt X in die Proportion ſetzt, nämlich $5 : 8 = 9 : 14\frac{2}{5}$; ſo wird man finden, daß wirklich $5 \times 14\frac{2}{5} = 8 \times 9$ iſt; indem $14 \times 5 = 70$ und $5 \times \frac{2}{5} = 2$ iſt; $5 \times 14\frac{2}{5}$ alſo wirklich auch gleich 72 iſt.

Beyſpiel 2. Zur Aushebung eines Grabens brauchen 3 Arbeiter 4 Tage, wielange werden 8 Arbeiter an demſelben Geſchäfte arbeiten? Hier müßte man der Aufgabe zufolge ſetzen: 3 Arb.: 8 Arb. = 4 T.: X T. Allein man erinnere ſich, daß die Vermehrung der Arbeiter die Verminderung an Zeit mit ſich bringt, weßwegen man die 2 erſten Glieder verwechslen und ſetzen muß: $8 : 3 = 4 : X$; durch Abkürzung: $2 : 3 = 1 : X$, daher $X = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ Tag.

Beyſpiel 3. Eben ſo: wenn man zu einem Kleide 4 Ellen $\frac{11}{4}$ breites Tuch braucht, wieviel Ellen $\frac{5}{4}$ breites Unterfutter hat man dazu nöthig? Man muß hier abermals verwechſelt ſetzen: $\frac{5}{4} : \frac{11}{4}$

$= 4 : X$, oder durch Abkürzung $5 : 11 = 4 : X$, wo $X = \frac{11 \times 4}{5} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5}$ Ellen gefunden wird.

Beyſpiel 4. Wenn man um 3 fl 8 kr erhält 4 lb. 7 Loth Waare, wieviel Pfunde bekömmt man für 54 kr? In dieſem Beyſpiele kommen zweymal gezählte Größen von höherer und zugleich niederer Art vor. Dergleichen Beyſpiele löſt man immer am ſicherſten, wenn man vorerſt die Zahlen höherer Art auf die gleichen der niederen gegebenen Art bringt, und dann gehörig addirt; ſo machen 3 fl., da 1 fl. 60 kr. iſt, 180 kr.; dazu 8 addirt, hat man 188 kr. ſtatt 3 fl. 8 kr. Eben ſo machen 4 lb. 4×32 oder 128 Lothe; dazu 7 Lth. addirt, hat man 135 Lothe; man kann nun ſetzen: 188 kr.: 54 kr. = 128 Lth.: X Loth; oder $94 : 27 = 135 : X$, woraus man $X = 38\frac{73}{94}$ Lth., oder gleich 1 lb. und $6\frac{73}{94}$ Lth. findet. Wollte man wiſſen, wieviel Quintchen der Bruch ausmacht; ſo müßte man nach dem Täfelchen im §. 42 den Zähler 73 mit 128 multipliziren, und das Produkt durch 94 dividiren; ſo würde man noch beynahe 99 Quintchen, alſo X gleich 1 lb. 6 Lth. und 99 Quintchen finden.

II., Von der zuſammengeſetzten goldenen Regel.

A. Die Reeſiſche Regel.

§. 46. Die von ihrem Erfinder de Rees ſogenannte Reeſiſche Regel erklären wir auf folgende Art:

Es ſey die Aufgabe: Wenn 20 Abeiter, die täglich 8 Stunden arbeiten, in 4 Wochen einen Damm von 300 Fuß Länge fertig bringen: in wieviel Wochen werden 16 Arbeiter, die täglich 12 Stunden an der Arbeit ſind, mit einem Damme von 400 Fuß fertig werden?

Jener erſte Satz, welcher die Bedingungen oder Bedingungszahlen enthält, heißt der Bedingungsſatz; der andere ganze Satz „in wieviel Wochen" ꝛc — die Fragzahl enthaltend, heißt der Fragſatz.

Man mache nun einen vertikalen Strich, ſetze links zu oberſt die Fragzahl, hier X Wochen und rechts die gleichnamige Zahl aus dem Bedingungsſatze nämlich 4 Wochen. Man hat alſo vorerſt: X W. | 4 W.

2) Dann nehme man Zahl für Zahl aus dem Frageſatze, z. B. 16 Arbeiter, und beurtheile jedesmal, ob die Vermehrung dieſer benannten Zahl, für ſich betrachtet, die Fragzahl X Wochen größer oder kleiner machen müſſe? Im erſten Falle, wo die Vermehrung jener benannten Zahl die Vermehrung der Fragzahl nach ſich zieht, ſetze man die benannte Zahl auf die rechte Seite des Vertikalſtriches und auf die Linke die gleichnamige Zahl aus dem Bedingungsſatze. Im zweyten Falle aber, wo die Vermehrung der benannten Zahl aus dem Frageſatze die Verminderung der Fragzahl entſpricht; ſetze man dieſe benannte Zahl auf die linke Seite, auf die rechte des Striches aber die gleichnamige aus dem Bedingungsſatze.

Da nun offenbar in unſerem Beyſpiele bey vermehrten Arbeitern weniger Zeit nöthig iſt, oder die X vorher vermindert werden; ſo muß die Zahl 16 auf die Linke, die gleichnamige Zahl 20 Arbeiter aus dem Bedingungsſatze auf die rechte Seite des Striches geſetzt werden. Eben ſo in Beziehung auf die 12 Stunden aus dem Frageſatze; indem bey ihrer Vermehrung ebenfalls weniger Wochen nöthig ſind. Allein da endlich in Anſetzung der 400 Fuß Arbeit offenbar bey noch einmal ſo großer Arbeit auch eine noch einmal ſo große Zeit erfordert wird, wenn man alles übrige gleich ſetzt; alſo hier die Vermehrung der 400 Fuß die Vermehrung der Wochenzahl nach ſich zieht; ſo muß man dieſe Zahl 400 auf die rechte, und die gleichnamige 300 aus dem Bedingungsſatze auf die linke Seite des Vertikalſtriches ſetzen.

Man bekömmt demnach folgende 2 Columnen:

X Wochen	4 Wochen		X	4
16 Arbeiter	20 Arbeiter		1	5
12 Stunden	8 Stund.	Oder	3	1
300 Fuß	400 Fuß		3	2
16. 12. 300	4. 20. 8. 400		9	40

Die rechte heißt Multiplikations-Columne die linke heißt Diviſions-Columne. 3) Man dividire das Produkt aus den Zahlen in jener Multiplikations-Columne durch das Zahlenprodukt in der Diviſions-Columne; ſo giebt der Quotient die Fragezahl X Wochen durch eine beſtimmte Zahl an.

4) Allein dieſes Multipliziren mit großen Zahlen, wie das Dividiren kann man ſich meiſtens da-

durch erleichtern, daß man immer eine Zahl auf der einen Columne gegen eine Zahl auf der anderen Columne durch das gemeinſchaftliche Maß abkürzt. So wird aus 300 und 400 durch Abkürzung 3 und 4; aus 16 und 8 wird 2 und 1 (indem ich durch 8 dividire;) aus 12 und 20 wird, indem ich durch 4 theile, 3 und 5; indem ich nun die vorhin erhaltene 2 links gegen die zuerſt erhaltene Zahl 4 rechts abkürze, demnach im Ganzen ſtatt 16 die Zahl 1 und ſtatt 400 die Zahl 2 erhalte; ſo entſtehen nun die 2 anderen oben geſetzten Columnen. Die Produkte 40 und 9 ſind nun leicht gefunden: ſo wie der Quotient aus 40 durch 9 dividirt ebenfalls leicht die Zahl $4\frac{4}{9}$ Wochen giebt, welches die geſuchte Zahl X iſt; dieſelbe Zahl würde ich gefunden haben, wenn ich das Produkt 256000 aus den unabgekürzten Zahlen durch das andere linke Produkt 576 dividirt hätte. Indem man den Zähler 4 mit 7 multiplizirt, und durch den Nenner 9 dividirt, ſieht man, daß jene $\frac{4}{9}$ Wochen beynahe 3 Tage machen.

Dieſe Reeſiſche Regel iſt durchaus zur Aufſöſung aller Aufgaben äußerſt bequem, bey welchen man urtheilen kann, daß von Kraft und Würkung überhaupt die Rede ſey.

Anmerkung 1. Wenn die Aufgabe gebrochene Zahlen mitunter nennt; ſo läßt man den Zähler des Bruches auf derjenigen Seite des Vertikalſtriches ſtehen, wohin der Bruch gehört, den Nenner aber ſetzt man auf die andere Columne. Werden 2 Brüche genannt mit einerley Nenner, wovon der eine Bruch links, der andere rechts geſetzt werden müßte; ſo läßt man die Nenner geradezu weg.

Beyſpiel. Wenn 8 Menſchen in 6 Tagen, indem ſie jeden Tag 12 Stunden arbeiten, 240 Ellen $\frac{11}{4}$ breites Tuch verfertigen;

wieviel Ellen $\frac{9}{4}$ breites Tuch werden 5 Weber machen, wenn ſie $4\frac{1}{2}$ oder $\frac{9}{2}$ Tage und täglich 14 Stunden arbeiten?

Nach der erklärten Reeſiſchen Regel und dieſer Anmerkung erhält man zuerſt folgenden Anſatz:

X Ellen	240 Ell.		X	5
8 Weber	5 Web.		4	5
2) 6) Tage	9 Tage.	Oder	1 3	1
9 . .	. 11 Tuchbreite.		1	11
12 Stund.	14 Stunden.		1	7
			12	1925.

$$\text{Alſo } X = \frac{1925}{12} = 160\frac{5}{12} \text{ Ell.}$$

In dieſem Beyſpiele müſſen alle Zahlen aus dem Frageſatze in die Multiplikations-Columne außer der Zahl 9 oder $\frac{9}{4}$; weil die Vermehrung der Breite die Anzahl der zu fertigenden Ellen mindert. Man kürze dann 12 gegen 240 ab; ſo hat man 1 und 20. Dieſe 20 kürze man weiter gegen 2, das erhaltene 10 gegen 6; 8 gegen 14, und 9 gegen 9 ab; wobey zu bemerken iſt, daß man jene Einheiten nicht anzuſetzen brauche; ich habe ſie nur der Deutlichkeit wegen beygefügt.

Anmerkung 2. Wenn auch hier wieder benannte Zahlen höherer und niederer Art vorkommen; ſo reduzire man ſie auf gleiche Zahlen von der niedrigſten Art

Beyſp. Wenn die Metze Korn $1\frac{1}{2}$ fl. koſtet; ſo wiegt ein 24 kr. Brod 7 lb. 12 Loth; wieviel muß ein 30 kr. Brod wiegen, wenn die Metze $2\frac{1}{4}$ fl. koſtet? Hier iſt $1\frac{1}{2}$ fl. = 90 kr. und $2\frac{1}{4}$ fl. = 135 kr. Ferner 7 lb. = 224 Lth., daher zuſammen 236 Lth. Man ſetzt alſo:

X Loth	236 L.		X	4 5 9		X	59
24 kr.	30 kr.	Oder	4 6	5 6	Oder	-	5
135 kr.	90 kr.		3.9.5	2.9.5.		3	2
						3	590

Indem man nämlich die Zahlen in ihre Faktoren zerlegt, erhält man den obigen zweyten Anſatz; läßt man denn die Faktoren 4,5 6,9 auf beyden Seiten gegeneinander weg; ſo hat man den 3ten obigen Anſatz; hieraus findet man X = $196\frac{2}{3}$ Loth, oder gleich 6 lb. und $4\frac{2}{3}$ Lth.

B. Die Geſellſchaftsregel.

§. 47. Die Geſellſchafts- oder Sozietätsregel muß in allen denjenigen Fällen angewendet werden, wenn irgend eine Summe z. B. Gewinn oder Verluſt unter mehrere Theilnehmer in ungleiche Theile, und zwar ſo vertheilt werden ſoll, daß jeder in eben dem Verhältniße, als er größeren Antheil nahm, oder mehr beytrug, auch mehr empfange, z. B. mehr gewinne, oder verliere.

Beyſpiel. Drey Kaufleute legen eine Summe Geldes zuſammen; der erſte 2000 fl., der zweyte 3000, der dritte 5000; ſie gewinnen damit 2400 fl.: wieviel gebührt einem jeden von dieſem Gewinne?

Die Sozietätsregel nun, welche dergleichen Aufgaben löſen lehrt, beſteht darin:

1. Man addire die einzelnen Beyträge oder die gegebenen Verhältnißzahlen, in unſerem Beyſpiele die Zahlen 2000 ꝛc.; oder wenn man dieſe Zahlen durch ein gemeinſchaftliches Maß abkürzen kann, ſo addire man nur die durch Abkürzung erhaltene Zahlen; in unſerem Falle addirt man blos die Zahlen 2, 3, 5.

2. Durch die erhaltene Summe, hier durch die Zahl 10, dividire man dann die Summe des Gewinnes oder Verluſtes, hier 2400; ſo erhält man einen beſtändigen Quotienten, welcher nach dem Beyſpiele iſt 240.

3. Dieſen beſtändigen Quotienten multiplizire man mit jeder einzelnen Verhältnißzahl, und zwar nicht mit der urſprünglich angegebenen, ſondern mit der abgekürzten Verhältnißzahl, im Falle man nämlich die Abkürzung gebraucht hat. Man findet demnach, wenn man jenen Quotienten 240 mit 2, dann mit 3, dann auch mit 5 multiplizirt, daß dem erſten Kaufmanne vom Gewinne gehören 480 fl., dem 2ten 720, dem 3ten 1200.

Wenn man dieſe einzelnen Theile wieder addirt; ſo ſieht man, daß ihre Summe wieder jener ganzen Gewinnſumme 2400 fl. gleich ſey, daß man alſo richtig gerechnet habe.

Auch lebloſe Dinge können gleichſam eine Geſellſchaft ausmachen.

Beyſpiel. 2. Wenn man zur Bereitung guten Schießpulvers auf 1 lb. oder 32 Lth. Salpeter 6 Lth. Kohlen und 4 Lth. Schwefel nimmt; wieviel muß man von jeder dieſer Materien nehmen, um 100 lb. Schießpulver zu machen?

Die Summe jener 3 Verhältnißzahlen, welche, durch 2 abgekürzt, ſind 16, 3, 2, iſt 21. Nun iſt $\frac{100}{21}$ der beſtändige Quotient; daher dieſen mit 16 multiplizirt, findet man $76\frac{4}{21}$ lb. Salpeter; eben ſo iſt $\frac{100}{21} \times 3 = 14\frac{6}{21}$, oder ſoviel lb. Kohlen müſſen genommen werden; $\frac{100}{21} \times 2 = 9\frac{11}{21}$ zeigt, daß man ſoviel lb. Schwefel nehmen müſſe. Wenn man nun zuerſt 76, 14, 9 addirt und zu dieſer Summe 99 die Summe jener 3 Brüche, nämlich $\frac{21}{21}$ oder 1 noch hinzu thut; ſo ſieht man, daß dieſe Materien zuſammen wirklich 100 lb. Schießpulver ausmachen.

C. Die Repartitionsregel.

§. 48. Die Repartitionsrechnung iſt nichts, als eine Art Geſellſchaftsrechnung, deren Regel daher auch für jene gilt, nur daß man mittlere Repartitionsfüße, wie man es nennt, ſtatt der obigen einfachen Verhältnißzahlen erhält. Die Art, dieſe mittleren Repartitionsfüße zu finden, wollen wir an dem folgenden Beyſpiele zeigen:

Es ſoll eine Brandkollekte von 1410 fl. unter 3 Abgebrannte, welche A, B, C heißen mögen, vertheilt werden; wieviel muß jeder bekommen?

Um dieſe Frage nach Billigkeit zu beantworten, muß man auf 2 Stücke Rückſicht nehmen: 1) wieviel, oder den wievielſten Theil ſeines Vermögens verlor jeder? 2) wieviel will jeder wieder zum Aufbau ſeiner zernichteten Bäulichkeiten beytragen? Man ſetze:

A verlor die Hälfte und giebt 40 fl.
B — — $\frac{1}{3}$ — — 204 —
C — — $\frac{1}{4}$ — — 400 —

Wenn man nun in Beziehung auf A die beyden Zahlen $\frac{1}{2}$ und 40 miteinander multiplizirt; ſo iſt das Produkt 20 für A der mittlere Repartitionsfuß; eben ſo ſind $\frac{1}{3} \times 204$, und $\frac{1}{4} \times 400$ oder die Zahlen 68 und 100 die mittleren Repartitionsfüße für B und C. Dieſe Zahlen kürze man nun wieder durch 4 ab, addire die erhaltenen Zahlen 5, 17, 25, und dividire durch die Summe 47 die zu vertheilende Summe 1410; ſo erhält man den beſtändigen Quotienten 30. Wenn man ferner nach der Sozietätsregel dieſe Zahl 30 mit 5, dann mit 17, dann mit 25 multiplizirt; ſo weiß man, daß A 150 fl., B 510, C 750 fl. empfangen müſſe.

D. Die Durchſchnittsregel.

§. 49. Die Durchſchnittsrechnung ſucht überhaupt das Mittel zwiſchen zwey oder mehreren Zahlen. Die allgemeine Regel, dieſes Mittel oder den Durchſchnitt zu finden, iſt: man addire alle Zahlen, rückſichtlich welcher man den Durchſchnitt finden ſoll, und addire die Summe durch die Zahl, welche ſagt, wieviele Zahlen man addirt habe. So iſt das Mittel zwiſchen den Zahlen 4 und 6

$$\frac{4+6}{2} = 5.$$

Beyſpiel 1. Ein Gut trug in 4 aufeinanderfolgenden Jahren 340, 200, 530, 150 Gulden, wieviel trug es ein Jahr ins andere gerechnet?

Jene Zahlen addirt, und die Summe 1220 durch 4, als der Anzahl der Jahre, dividirt, erhält man als Mittelertrag des Gutes 305 fl. Eben ſo verfährt

man, wenn man den 10- oder 20jährigen Durchſchnitt oder Mittelertrag finden wollte.

Beyſpiel 2. Will man den mittleren Preis des Getraides z. B. eines Malter Korn für ein Vierteljahr finden; ſo muß man alle 12 einzelnen Preiſe eines Malters für jede der 12 Wochen addiren, und dann durch 12 die Summe dividiren.

E. Die Alligationsregel.

§. 50. Die Berechnung, in welchem Verhältniße man von zwey Dingen oder Materien verſchiedenen Werthes Theile nehmen müſſe, um ein drittes Ding von beſtimmtem Mittelwerthe zu erhalten, heißt die Alligationsrechnung; man verfährt hiebey nach folgender Regel, die ich zugleich an einem Beyſpiele deutlich mache:

Beyſpiel. Wein zu 15 Thlr. der Eimer ſoll mit Wein zu 10 Thlr. der Eimer gemiſcht werden, ſo, daß man einen Wein erhält, wovon man den Eimer zu 13 Thlr. geben kann. Wieviele Theile müſſen vom Beſſeren, wieviele vom Schlechteren genommen werden?

Regel. Man mache einen Vertikalſtrich, ſetze links den Mittelwerth hier 13, gegen die Mitte, rechts aber den Werth des Beſſeren und darunter auch den geringeren Werth. Man ſetze nämlich ſo:

	15	3
13		
	10	2.

Man mache den zweyten Vertikalſtrich und ziehe nun den Werth des geringeren vom Mittelwerthe ab, die erhaltene Differenz hier 3 ſetze man zur Sei-

te des Beſſeren; eben ſo ziehe man den Mittelwerth vom Werthe des Beſſeren ab, und ſetze die Differenz, hier 2 zur Seite des Schlechteren. Dieſe 2 auf dieſe leichte Weiſe gefundenen Zahlen zeigen, daß, wenn man 3 Eimer oder Fuder vom beſſeren Weine mit 2 Eimer oder Fuder vom geringeren Weine miſchen würde, man einen Wein erhielte, wovon man jeden Eimer um 13 Thlr. geben könnte.

Auf gleiche Weiſe, wenn von einer Maſſe 15löthigen Silbers und einer andern 10löthigen Silbers gewiſſe Theile ſollten genommen werden, um eine Maſſe 13löthigen Silbers zu haben, müßte man auf jede 5 Theile z. B. Lothe oder Marke vom Beſſeren 2 Theile vom Geringeren nehmen.

Will man endlich eine beſtimmte Menge gemiſchten Weines oder Silbers z. B. 20 Fuder oder 10 Mark Silbers von jenem Mittelwerthe haben; ſo ſagt man: wenn man auf 5 Theile überhaupt 3 Theile vom Beſſeren nehmen muß, wieviel muß man zu 20 Fuder oder zu 10 Mark vom Beſſeren nehmen? Man ſetzt alſo nach der Regel de Tri ſo:

$$5 : 20 = 3 : X, \text{ und } 5 : 10 = 3 : X.$$

Man findet im erſten Falle $X = 12$ Fuder, im 2ten Falle $X = 6$ Mark; man muß alſo vom geringeren Weine noch 8 Fuder, und vom geringeren Silber noch 4 Marke nehmen, um die beſtimmte Menge der Miſchung vom Mittelpreiſe zu haben.

F. Die Kettenregel.

§. 51. Die Kettenregel wird zur Verwandlung benannter Zahlen in andere gleiche niederer

oder höherer, aber entfernterer Art angewendet; z. B. wenn Karolin in Kreutzer oder Jahre in Stunden ſollten verwandelt werden.

Die Regel nun, derley Aufgaben zu löſen, iſt dieſe: Es ſey die Frage: wieviel Kreutzer ſind in 80 Stück Karolin in Gold enthalten, wenn 4 Karolin in Gold machen 17 Laubthaler; 4 Laubthaler ſind 11 Gulden, und 1 fl. iſt 60 kr.?

1) Man mache wieder einen Vertikalſtrich, ſetze links die Fragezahl, hier X kr. und rechts die zu verwandelnde 80 Karolin; — 2) man ſetze dann links eine mit der nur ſo rechts geſetzten Zahl gleichlautende oder gleichnamige aus den Bedingungszahlen, hier alſo 4 Karolin, auf die rechte Seite ſetze man die dieſer Zahl gleiche Zahl, hier 17 Laubthaler; — 3) auf gleiche Art ſetze man links wieder eine Zahl, welche denſelben Namen hat, wie die zuletzt geſetzte; ihr gegenüber rechts ſchreibt man wieder die jener ſo eben links geſetzten Zahl gleiche Zahl. So fährt man fort anzuſetzen, bis man rechts eine mit X gleichlautende Zahl geſchrieben hat. Die übrige Auflöſung geſchieht ganz ſo, wie nach der Reeſiſchen Regel.

Nach unſerem Beyſpiele wäre alſo dieß der richtige Anſatz:

X kr.	80 Karol.
4 Karol.	17 Laubthlr.
4 Laubthlr.	11 fl.
1 fl.	60 kr.
X =	5. 17. 11. 60.

Weil ich nun 4 gegen 80, und auch die 2te Zahl 4 gegen 20 abkürzen kann, ſo daß aus 80

die Zahl 5 wird; ſo darf man nur die Zahlen: 5, 17, 11, 60 noch miteinander multipliziren, um die Anzahl Kreutzer zu finden; welche gleich iſt den 80 Karol. Man ſieht, daß hier die Sätze rechts und links zuſammenhängen, wie die Glieder einer Kette; daher erhielt dieſe Regel den Namen der Kettenregel.

Beyſpiel 2. Wenn in Würzburg ein Stab Tuch, oder 2 Ellen 18 Gulden hieſiges Geld koſten, was koſten zu derſelben Zeit 5 Wiener Ellen von demſelben Tuche in Gulden Wiener Währung, aber in Papiergeld gezahlt?

Hiebey muß man wiſſen, daß 1 Wiener Elle 345,42 Pariſer Linien, aber 1 Würzb Elle 257,2 Pariſ. Lin. halte; daß ferner 6 hieſige Gulden klingende Münze 5 Wiener Gulden, und 100 Wiener Gulden in klingender Münze z. B. 300 Gulden in Papiergeld machen.

Demnach hätte man den Anſatz zur Auflöſung auf folgende Weiſe:

X fl Papiergeld	5 Wiener Ell. Tuch
1 Wien. Ell Tuch	345,42 Pariſ. Linien.
257,2 Par. Lin	1 Würzb. Elle.
2 Wür b. Ellen	18 Gulden in kl M.
6 fl. in kl. Münze	5 Wiener fl. in kl M.
100 Wien. fl in kl. Münze.	z. B. 300 fl. in Papiergeld.

Wenn das Produkt aus allen Zahlen rechts durch das Produkt aus allen Zahlen auf der linken Seite des Striches, wie nach der Reeſiſchen Regel, dividirt wird; ſo findet man ſeine geſuchte Fragzahl. Man ſieht, daß man das letzte Beyſpiel eben ſo leicht hätte umkehren können, um eine nicht minder intereſſante Frage zu beantworten.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schön, Johann,

Kurzer und faßlicher Unterricht in der Rechenkunst, Geometrie, praktischen Mechanik und Statik, und bürgerlichen Baukunst für Buerger- und Sonntags-Schulen, u. zunächst für d. großherzogl. Geometrie- u. Zeichenschule
Bd.: 1. Die gemeine Rechenkunst ... - 1812. - 88 S.

Würzburg 1812

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Philos.2333(1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11111099-4